

PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN APLICADA A
LA ENSEÑANZA DE LOS MULTIPOLOS ELÉCTRICOS A
ESTUDIANTES DE INGENIERÍA Y FÍSICA EN LA UNAH



FRANCISCO JAVIER SOLÓRZANO DURÁN

DIRECTOR DE TESIS

Dr. ARMANDO EUCEDA

ESCUELA DE FÍSICA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE HONDURAS

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE

MASTER EN FÍSICA

Dedicado a mi familia, por apoyarme siempre, y por todo el tiempo que no compartí con ustedes.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar a Dios, por haberme dado la vida y permitirme haber llegado a este momento. Al Dr. Armando Euceda por aceptar ser mi director de tesis, y haberme guiado en la realización de la misma. Al ingeniero Rafael Barahona, por permitirme trabajar con su sección de Electricidad y Magnetismo I, además a todos los estudiantes que participaron en esta investigación.

Índice general

| | Pag. |
|---|------|
| 1. INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 1.1 INTRODUCCION..... | 1 |
| 1.2 ELEMENTOS HISTÓRICOS..... | 2 |
| 1.3 OBJETIVOS..... | 4 |
| 2. MARCO TEÓRICO..... | 6 |
| 2.1 POTENCIAL ELECTROSTATICO..... | 6 |
| 2.2 EL ERROR CONCEPTUAL Y EL USO DE ANALOGÍAS EN ELECTROSTÁTICA..... | 10 |
| 2.3 ASPECTOS IMPORTANTES QUE LA INVESTIGACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA HA ENCONTRADO EN ELECTROSTÁTICA..... | 12 |
| 2.4 EL DESARROLLO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO EN TÉRMINOS DE MULTIPOLOS ELÉCTRICOS..... | 14 |
| 2.4.1 DEFINICION DE LOS MOMENTOS..... | 18 |
| 2.4.2 APROXIMACIÓN DE CAMPO ELECTROSTÁTICO POR MULTIPOLOS..... | 21 |
| 2.4.3 APROXIMACIÓN DE LA ENERGÍA ELECTROSTÁTICA POR MULTIPOLOS..... | 22 |
| 2.4.4 ALGUNAS APLICACIONES REALES DE LOS MULTIPOLOS..... | 22 |
| 3. METODOLOGÍA..... | 25 |
| 3.1 HIPÓTESIS..... | 25 |

| | |
|--|----|
| 3.2 SELECCIÓN DE LA MUESTRA | 26 |
| 3.3 LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA..... | 26 |
| 3.3.1 INSTRUCCIÓN POR PARES..... | 27 |
| 3.3.2 LA EDUCACIÓN JUSTO A TIEMPO..... | 29 |
| 3.3.3 USO DE SIMULACIONES EN EJS..... | 29 |
| 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS..... | 33 |
| 4.1 RESULTADOS PREPRUEBA..... | 33 |
| 4.2 PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LOS TEMAS DEL CURSO..... | 43 |
| 4.3 RESULTADOS POSPRUEBA..... | 46 |
| 5. CONCLUSIONES..... | 58 |
| BIBLIOGRAFIA..... | 61 |
| ANEXOS..... | 65 |
| A.1 PREPRUEBA REALIZADA POR LOS ESTUDIANTES..... | 65 |
| A.2 PREGUNTA REALIZADA EN EL PROGRAMA 10 AL 10 SOBRE MULTIPOLOS ELÉCTRICOS USANDO EL PROGRAMA SOCRATIVE..... | 68 |
| A.3 ENCUESTA SOBRE PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES CON RESPECTO A LOS TEMAS MÁS INTERESANTES Y A LOS TEMAS QUE CONSIDERAN MÁS COMPLICADOS..... | 69 |
| A.4 POSPRUEBA REALIZADA POR LOS ESTUDIANTES..... | 71 |

Índice de Figuras

| | Pag. |
|--|------|
| FIGURA 2.1 RELACIÓN ENTRE SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES Y CAMPO ELÉCTRICO..... | 10 |
| FIGURA 2.2 POTENCIAL ELÉCTRICO PRODUCIDO POR UN GRUPO DE CARGAS | 15 |
| FIGURA 3.1 SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES PRODUCIDAS POR UN DIPOLO ELÉCTRICO..... | 30 |
| FIGURA 3.2 SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES PRODUCIDAS POR UNA ESPIRA CIRCULAR CON DENSIDAD DE CARGA VARIABLE | 31 |
| FIGURA 3.3 SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES PRODUCIDAS POR UN CUADRIPOLO ELÉCTRICO..... | 31 |

Índice de Tablas

| | Pag. |
|---|------|
| TABLA 4.1 RESUMEN DE LAS PRINCIPALES OBSERVACIONES EN EL TEMA DE CAMPO E | 33 |
| TABLA 4.2 RESUMEN DE LAS PRINCIPALES OBSERVACIONES EN EL TEMA DE POTENCIAL..... | 38 |
| TABLA 4.3 TEMAS PRINCIPALES DEL CURSO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO I..... | 43 |

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de investigación e innovación aplicada a la enseñanza del tema de multipolos eléctricos a estudiantes del curso de electricidad y magnetismo I de la UNAH de las carreras de física e ingeniería eléctrica.

Se espera que mediante el uso de simulaciones, videos, materiales didácticos, tareas individuales y grupales, además del empleo de algunas de las técnicas más exitosas en la enseñanza de la física, esta propuesta contribuya a aumentar la motivación y comprensión de los estudiantes, y consecuentemente permita que los educandos superen exitosamente las dificultades conceptuales que encierra el tema.

Palabras Claves

Motivación, investigación en enseñanza de la física, simulación por computadora.

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

El electromagnetismo es una rama de la física que estudia y unifica los fenómenos eléctricos y magnéticos. El telégrafo, el teléfono, la radio, el motor eléctrico, la televisión, la computadora; son tan solo algunos de los muchos inventos que el hombre ha producido, y que en gran parte su desarrollo fue posible gracias a los avances de la teoría electromagnética.

Es muy común a nivel mundial que los estudiantes de ingeniería tomen por lo menos un curso de electromagnetismo como parte de su formación básica; en el caso particular de la UNAH, los estudiantes de ingeniería eléctrica y licenciatura en física, estudian en sus cursos de física los temas de electricidad y magnetismo. En cada uno de estos cursos, el punto de partida es el tema de electrostática.

Muchas personas piensan en la electricidad estática como la molesta chispa que ocurre cuando, en un día seco después de haber caminado sobre una alfombra, tocan un objeto metálico como la perilla de una puerta.... No obstante, la electricidad estática es más que una molestia ocasional; es el punto de partida para cualquier estudio de la electricidad y el magnetismo, fuerzas que han cambiado a la sociedad humana de manera tan radical como no se veía desde el descubrimiento del fuego o la rueda (Bauer & Westfall, 2011).

La importancia del electromagnetismo en nuestra vida cotidiana es indiscutible, por lo cual se espera que los estudiantes de ingeniería comprendan en forma clara diferentes conceptos relacionados a este tema. Por otro lado, estudios realizados por muchos investigadores a nivel mundial muestran que un gran porcentaje de estudiantes tienen deficiencias en el manejo y comprensión de estos conceptos, incluso después de aprobar sus respectivos cursos.

Es normal atribuir las deficiencias en la comprensión de los conceptos de electromagnetismo al nivel de dificultad de los temas que se estudian en electricidad y magnetismo, además del alto grado de abstracción matemática que se maneja en el curso, sin embargo, en los últimos años ha crecido el número de investigadores que están convencidos en que se pueden superar muchas de estas dificultades cambiando la forma tradicional en que se enseñan estos temas.

Este trabajo está orientado en esa línea, ya que se está desarrollando una propuesta de investigación e innovación aplicada a la enseñanza del tema de multipolos eléctricos a estudiantes del curso de electricidad y magnetismo I de la UNAH de las carreras de física e ingeniería eléctrica. Se espera que mediante el uso de simulaciones, videos, materiales didácticos, tareas individuales y grupales, además del empleo de algunas de las técnicas más exitosas en la enseñanza de la física, esta propuesta contribuya a que los estudiantes superen exitosamente las dificultades conceptuales que encierra el tema.

1.2 ELEMENTOS HISTÓRICOS

Según Eric Mazur (1997) la forma en que se enseñó física en la década de 1990 no es muy diferente a la forma en que se enseñaba en la década de 1890, a excepción de que antes el grupo de estudiantes era mucho más pequeño y especializado. Sin embargo, la percepción de los estudiantes en los cursos de física si ha cambiado, tanto por los que estudian ciencias o ingeniería, como por los estudiantes del área de la salud.

En el caso de la UNAH, tanto al revisar el plan de la Carrera de Física aprobado en 1993, como el actual, se puede observar que en el caso específico del curso de Electricidad y Magnetismo I, no han existido cambios significativos en la metodología de enseñanza aprendizaje en los últimos años, con la excepción del uso de programas computacionales para la realización de cálculos. También vale la pena destacar una presentación elaborada por (Barahona, s. f.) como material de apoyo al tema de Análisis Vectorial.

Por otro lado, en los últimos veinte años tanto los estudiantes de la UNAH como los del resto del planeta, han cambiado en su forma de: acceder a la información, comunicarse con su familia y amigos, divertirse y en general de ver el mundo a través del uso de la computadora y el internet. Muchas instituciones incluyendo a las universidades, han utilizado estos avances tecnológicos para brindar un mejor servicio a las personas, sin embargo, en el caso particular de la asignatura de Electricidad y Magnetismo I es poco lo que se ha innovado.

En la asignatura de Electricidad y Magnetismo I se estudia la electrostática usando el análisis vectorial como una poderosa herramienta, los temas que se desarrollan en el curso presentan un cierto grado de abstracción, su comprensión no es sencilla, tanto por el análisis matemático, como por la dificultad de no poder observar directamente ciertos fenómenos físicos como el campo eléctrico o el potencial. Lo anterior se ve reflejado en la reprobación de un porcentaje importante de los estudiantes que cursan dicha asignatura.

El panorama no es muy distinto en otras universidades del mundo, el problema ha sido identificado y estudiado por diferentes investigadores a nivel mundial del área de enseñanza de la física (Furió y Guisasola, 1997; Knight, 2004; Franco Peña, 2012).

Al consultarle por medio de una encuesta abierta a un grupo de veinte y un (21) estudiantes de la UNAH, que ya habían aprobado el curso de Electricidad y Magnetismo I FS-321, sobre los cinco temas que se estudiaron en el curso y ellos consideraban que tuvieron más dificultades de aprendizaje; se encontró que todos ellos coincidían en incluir el tema de multipolos eléctricos entre los más difíciles de comprender.

Las respuestas encontradas en esa encuesta, la experiencia que he tenido a lo largo de ocho años impartiendo el curso de electricidad y magnetismo I, además de experiencias similares obtenidas por otros profesores del departamento de física de la UNAH, me han motivado a trabajar en una propuesta de investigación e innovación aplicada a la enseñanza de los multipolos eléctricos.

1.3 OBJETIVOS

Objetivo General

- Diseñar una propuesta didáctica de investigación e innovación aplicada a la enseñanza de los multipolos eléctricos a estudiantes de ingeniería eléctrica y física en la UNAH, en la que el educando pueda superar en forma satisfactoria las dificultades que tiene actualmente al comprender el uso básico de los multipolos eléctricos y sus limitaciones.

Objetivos Específicos

- El estudiante reconocerá la importancia del análisis usando los multipolos eléctricos, por medio de la introducción de variantes en la metodología de enseñanza, entre las que se encuentran el conocimiento de aplicaciones reales, el uso de animaciones, y las técnicas de enseñanza-aprendizaje instrucción por pares y enseñanza justo a tiempo.
- El estudiante será capaz de aplicar el análisis de multipolos eléctricos como una herramienta para aproximar el potencial eléctrico producido por distintas configuraciones de carga.
- El estudiante será capaz de aplicar el análisis de multipolos eléctricos como una herramienta para aproximar el campo eléctrico producido por distintas configuraciones de carga.
- El estudiante será capaz de emplear algunos programas computacionales y el análisis de multipolos eléctricos, como una herramienta para aproximar la solución de problemas reales.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 POTENCIAL ELECTROSTÁTICO

Al realizar diferentes estudios sobre los conocimientos de física que adquieren los estudiantes universitarios en sus primeros cursos, se encuentra que son muy pobres comparados con las expectativas que tienen los sistemas educativos (Pérez de Landazábal, Benegas, Cabrera, & Espejo, 2010). Existen diferentes variables que pueden influir en estos malos resultados, entre ellos existen factores determinantes personales, sociales e institucionales (Garbanzo Vargas, 2007).

Por otro lado, se ha encontrado que el conocimiento relativamente pobre es similar para estudiantes pertenecientes a sistemas educativos relativamente diferentes en varios países latinoamericanos (Pérez de Landazábal et al, 2010).

En este trabajo se presenta una propuesta de investigación e innovación aplicada a la enseñanza de los multipolos eléctricos, con lo cual se espera brindar una pequeña contribución en el área de enseñanza de la física. Un resultado positivo en dicho trabajo vendrá a mejorar el desempeño académico del estudiante en el curso de Electricidad y Magnetismo I de la UNAH.

En este capítulo se considerarán brevemente aspectos relacionados a las dificultades que el área de enseñanza de la física ha encontrado cuando el alumno estudia el tema de potencial electrostático y su relación con cantidades tales como el campo electrostático o la energía electrostática.

A nivel mundial es común encontrar que tanto los estudiantes de ciencias como los de ingeniería tomen por lo menos un curso sobre electricidad y magnetismo como parte de su preparación básica. La electrostática se convierte en el punto de partida para el estudio de la electricidad y el magnetismo.

La electrostática se encarga del estudio de los fenómenos producidos por las cargas eléctricas en reposo, estos fenómenos incluyen las interacciones entre dichas cargas y/o como las cargas alteran las propiedades del espacio. Entre los

principales fenómenos que estudia la electrostática se encuentran: el campo electrostático, las fuerzas eléctricas, el potencial electrostático, la energía electrostática y la capacitancia.

Según Furió y Guisasola (1997) el potencial eléctrico es uno de los conceptos físicos más difíciles de comprender para la mayoría de los estudiantes en los primeros cursos de física. Lo anterior se debe a que es una idea muy abstracta, y se encuentra alejada de la mayoría de los fenómenos con los que está familiarizado el estudiante (Knight, 2004). Existen muchos estudios que prueban que un alto porcentaje de los estudiantes salen de los cursos introductorios de física con conocimientos muy pobres sobre el potencial eléctrico o cómo se usa (Furió y Guisasola, 1999; Velazco y Salinas, 2001; Knight, 2004).

El concepto de potencial electrostático puede ser abordado en clase por medio del uso de otras cantidades que están directamente relacionadas como: a) la energía potencial electrostática; b) el trabajo realizado al desplazar una carga en contra de una fuerza eléctrica, c) el campo eléctrico. A pesar de que las tres opciones anteriores son válidas, el tema de potencial eléctrico deberá abordarse de forma que el concepto físico sea claro para el estudiante y no se ´ diluya ´ entre las expresiones matemáticas.

Normalmente los autores de los libros de física introducen el tema de potencial electrostático a través de su relación con la energía potencial electrostática de una carga de prueba q_0 , como ejemplo de esto, se pueden mencionar los libros de: Halliday, Resnick y Krane publicado en 1992, Serway y Beichner publicado en 2004, Gettys, Keller y Skove publicado en 2005, Giancoli publicado en 2009, Serway y Jewett, publicado en 2009.

El potencial eléctrico se define como *la energía potencial eléctrica por unidad de carga* y se representa por medio de la siguiente ecuación:

$$V_P = \frac{U_{q_0}}{q_0} \quad \text{Ec. (2.1)}$$

Donde U_{q_0} es la energía potencial eléctrica de la carga de prueba q_0 , dicha energía, al igual que la energía potencial gravitacional se mide con respecto a un nivel de referencia, por lo tanto, en la ecuación anterior en realidad se está considerando una diferencia de energía.

Por otro lado, es importante aclarar que:

1. El potencial eléctrico es independiente del valor numérico de la carga q_0 .
2. De la misma forma que la energía potencial eléctrica, el valor del potencial eléctrico en un punto es determinado al medirse con respecto a un nivel de referencia cero. En otras palabras, lo que en realidad se determina es una diferencia de potencial.
3. Para aquellos puntos donde la energía potencial eléctrica es cero, también lo es el potencial.
4. Normalmente se define el valor de cero para el potencial en tierra o en los puntos que se encuentran a una gran distancia de las cargas, sin embargo, existen situaciones en las cuales debido a la geometría del problema, es conveniente elegir otros puntos como potencial cero.

El potencial eléctrico se determina por medio de la ecuación (2.2) para distribuciones de carga puntuales, y en el caso de distribuciones de carga continua se utiliza la ecuación (2.3).

$$V_P = k \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i} \quad \text{Ec. (2.2)}$$

$$V_P = k \int \frac{dq}{R} \quad \text{Ec. (2.3)}$$

Donde la constante eléctrica k es igual a $1/(4\pi\epsilon_0)$, y normalmente se aproxima a $9.00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, asimismo ϵ_0 es la permisividad del vacío que se aproxima a $8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$. Por otro lado, q_i representa a cada carga puntual y R_i es la

distancia desde la carga puntual al punto de campo; mientras en la ecuación (2.3), dq es igual al diferencial de carga y R es la distancia desde el diferencial de carga al punto de campo.

El potencial electrostático y el campo electrostático están relacionados por medio de las ecuaciones siguientes:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{Ec. (2.4)}$$

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} V \quad \text{Ec. (2.5)}$$

Un aspecto sutil pero importante de la ecuación (2.4) es que el lado izquierdo de la ecuación sólo depende de los valores de la función de potencial $V(\mathbf{r})$ en los puntos a y b . El lado izquierdo no depende de la trayectoria o curva que elija para llegar al punto a desde el punto b . Ya que el campo electrostático es conservativo, el lado derecho de la ecuación también es independiente de la trayectoria que se siga del punto b al punto a (Marshall, DuBroff, & Skitek, 1997).

A pesar de que las ecuaciones anteriores son correctas, la comprensión de cómo se relacionan estos conceptos físicos a través de dichas ecuaciones no es una tarea fácil, según Knight (2004) solo el 25% de los estudiantes es capaz de responder exitosamente a una serie de preguntas relacionadas a la intensidad y dirección del campo eléctrico en una región donde existen varias superficies donde el potencial se mantiene constante (superficies equipotenciales), tal como la que se muestra en la siguiente figura.

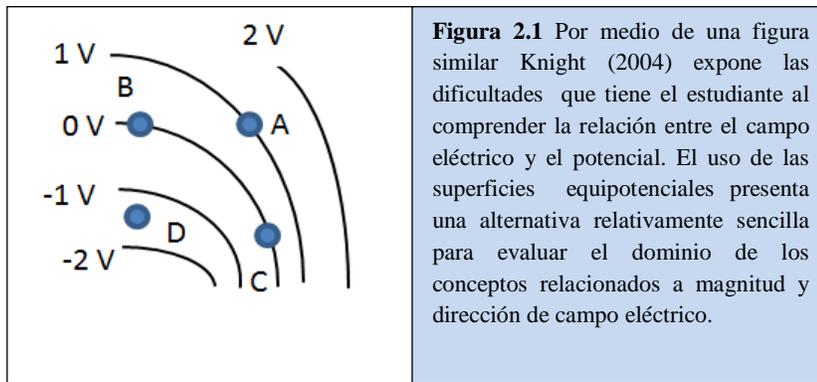


Figura 2.1 Por medio de una figura similar Knight (2004) expone las dificultades que tiene el estudiante al comprender la relación entre el campo eléctrico y el potencial. El uso de las superficies equipotenciales presenta una alternativa relativamente sencilla para evaluar el dominio de los conceptos relacionados a magnitud y dirección de campo eléctrico.

Como la energía potencial no cambia a medida que una carga de prueba se traslada sobre una superficie equipotencial, el campo eléctrico no realiza trabajo sobre esa carga. De ello se deriva que debe ser perpendicular a la superficie en cada punto, de manera que la fuerza eléctrica siempre es perpendicular al desplazamiento de una carga que se mueva sobre la superficie. Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí. (Sears, Freedman, Young, & Zemansky, 2009)

2.2 EL ERROR CONCEPTUAL Y EL USO DE ANALOGÍAS EN ELECTROSTÁTICA

El error conceptual del estudiante, en algunas ocasiones llamado concepciones alternativas del estudiante, ha sido objeto de varios estudios, en el caso de la electricidad, las investigaciones muestran que aún después de un largo periodo de instrucción, los estudiantes presentan confusiones al intentar explicar la causa por la cual se mueven las cargas en circuitos eléctricos básicos (Furió y Guisasola, 1999).

Por otro lado, es necesario una clara comprensión de los conceptos introducidos en electrostática como el campo eléctrico o la diferencia de potencial, para posteriormente comprender los fenomenos electromagneticos que se presentan en los circuitos eléctricos. Para lograr está comprensión, en muchas ocasiones se utilizan analogías entre las cantidades eléctricas y las mecánicas conocidas.

El uso de las analogías en la docencia aprovecha, al menos, dos maneras de conocimiento que tiene el ser humano: la intuición y el razonamiento. En la práctica pedagógica se encuentran casos de estudiantes que entienden un concepto de electricidad, pero no lo aceptan porque les parece irreal. En estos casos ha resultado eficaz presentarle el mismo concepto o un concepto similar en un análogo mecánico que sea conocido por el alumno (Franco Peña, 2012).

Por otro lado, existen muchos casos conocidos de físicos que trabajaron en el desarrollo de una teoría en forma exitosa, usando analogías con otras teorías físicas cuya validez ya había sido comprobada. La forma matemática común permitía relacionar fenómenos físicos dispares, además de contribuir a resaltar la unificación de estos fenómenos, y al avance de la física. En lo correspondiente al desarrollo de la electricidad y el magnetismo existen varios casos, entre ellos se encuentran: Coulomb, Maxwell y Ohm (Acevedo Díaz, 2004).

“Una de las aportaciones de la historia y la epistemología de la ciencia es que nos permite establecer las características fundamentales de la naturaleza de la ciencia y el trabajo científico (Matthews, 1990; Cleminson, 1990; Giannetto et al. 1992)” (Furió y Guisasola, 1997). Estas características también están presentes en la enseñanza de la electrostática, y al ser pasadas por alto, puede producir que el estudiante no comprenda completamente las ventajas de introducir conceptos tales como campo eléctrico o potencial.

Se debe tener el cuidado de acotar y aclarar los puntos en los cuales la cantidad estudiada es análoga a la cantidad mecánica empleada como ejemplo, además de realizar un análisis cualitativo previo a la hora de elegir el análogo, ya que una elección tomada a la ligera por parte del docente, puede producir más daño que beneficio en el esquema mental que apenas está formando el estudiante.

Para que el estudiante comprenda mejor el concepto de superficies equipotenciales, se pueden emplear las curvas de nivel como análogo, o recurrir al concepto de energía por unidad de carga constante, según el concepto que este más familiarizado el educando. Por otro lado, si en el primer curso de física

universitaria se usará la definición de campo gravitacional, esto permitiría posteriormente usarlo como analogo al introducir el concepto de campo eléctrico.

2.3 ASPECTOS IMPORTANTES QUE LA INVESTIGACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA HA ENCONTRADO EN ELECTROSTÁTICA

Entre las principales tendencias teóricas que se pueden identificar en las diferentes investigaciones sobre didáctica de ciencias y de la física se encuentran: a) la enseñanza se debe volver más interactiva; b) el estudio de las concepciones de los alumnos y las dificultades más comunes entre los estudiantes cuando se enfrentan a cada uno de los aspectos de la física; c) el estudio de la evolución conceptual, entendida como un proceso complejo, lento y que se produce sin la mediación del profesor; d) la necesidad de utilizar contextos de enseñanza que despierten el interés de los estudiantes y contribuyan a involucrarlos en tareas de aprendizaje; e) otra tendencia cuestiona la distinción que se ha hecho tradicionalmente entre teoría, práctica y problemas (Cravino & Lopes, 2003).

Todos los aspectos anteriores son importantes desde el punto de vista de la enseñanza de la física, se debe tener en cuenta que dichos elementos están directamente relacionados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, y por lo tanto, no deben ser considerados como bloques aislados a la hora de estructurar una propuesta de enseñanza en los cursos de física.

Guisasola J. , Zubimendi, Almudí, y Ceberio (2003) presentan una propuesta de enseñanza como investigación orientada la cual esta formada por tres dimensiones: afectiva, conceptual y epistemológica. Juntas, las tres dimensiones anteriores, integran a los cinco principales elementos que estudia la enseñanza de la física en la actualidad.

Por otro lado, la investigación en enseñanza de la física ha identificado que muchos de los libros de física de nivel universitario mencionan las diferentes etapas del desarrollo de la teoría eléctrica, sin embargo, esta referencia es lineal y acumulativa. Los libros le brindan mayor importancia a desarrollar los contenidos siguiendo una lógica interna de la disciplina, y en general no exponen las dificultades ni los logros obtenidos al pasar de una visión Coulombiana a otra de campo eléctrico.

El pasar de una visión de fuerzas a distancia entre cargas, a una en la cual existe un campo eléctrico producido por las cargas, significó un cambio epistemológico que permitió comprender en forma más clara una gran cantidad de fenómenos eléctricos. Lo anterior es una prueba de que la mayoría de los libros presenta los contenidos de electrostática desde una visión acumulativa y acrítica (Furió y Guisasola, 1997).

Un problema aún mayor identificado por estudios consiste en que la mayoría de estudiantes que han cursado por lo menos dos años de física, no utilizan el modelo científico en conceptos tales como carga, diferencia de potencial y capacidad eléctrica, y los reemplaza por concepciones alternativas (Furió y Guisasola, 1999; Guisasola, Zubimendi, Almudí, y Ceberio, 2008; Pérez de Landazábal et al, 2010). Es decir, los estudiantes explican los fenómenos eléctricos tales como carga, diferencia de potencial y capacidad eléctrica utilizando ideas similares a las que tenían los físicos mucho antes de pasar al modelo de campo de Faraday.

2.4 EL DESARROLLO DEL POTENCIAL ELÉCTRICO EN TÉRMINOS DE MULTIPOLOS ELÉCTRICOS

Todos los cuerpos están formados de partículas cargadas, que interactúan entre si produciendo fuerzas de cohesión. La interacción de partículas cargadas puede ser de atracción (debido a cargas diferentes) o de repulsión (debido a cargas iguales), dichas interacciones son la base de las reacciones químicas y las que llevan a la constitución de los cuerpos materiales extensos.

La mayor parte de los cuerpos que encontramos en la naturaleza son eléctricamente neutros (Halliday, Resnick, & Krane, 1992), es decir, que tienen igual cantidad de cargas negativas (-e) y positivas (+e) aunque pueden sufrir alteraciones y cargarse. Independientemente de que tenga carga neta o no, a un observador que se encuentra alejado del objeto, este le parecerá un objeto puntual, con una carga eléctrica igual a la carga neta, y además podría notar algunas variaciones en el potencial al ser comparado con el potencial de una carga puntual, dichas variaciones serian provocadas por la forma en que se distribuye la carga en el objeto (ver figura 2).

En algunas ocasiones determinar directamente el potencial eléctrico producido por una distribución de carga utilizando las ecuaciones (2.2) o (2.3), es una tarea sumamente complicada, por lo que se consideran métodos alternativos para ello, entre estos métodos alternativos se encuentra el desarrollo en multipolos eléctricos.

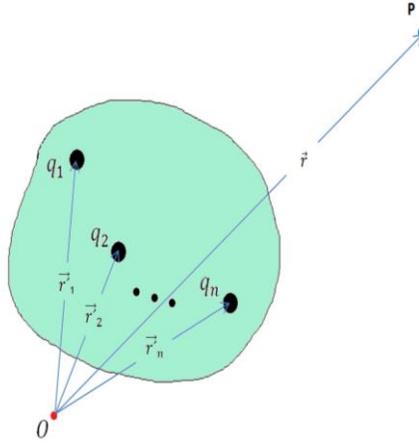


Figura 2.2 La distribución de n cargas puntuales de la figura produce un potencial eléctrico en el punto \mathbf{P} dado por la siguiente ecuación:

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Los multipolos eléctricos permiten encontrar el potencial eléctrico producido por una distribución de carga en términos de una serie, sin embargo, ya que no es posible trabajar con un número infinito de términos; normalmente se considera que el punto de campo \mathbf{P} está muy alejado de la distribución de carga, esto permite realizar una buena aproximación considerando únicamente los primeros términos de la serie.

En la figura anterior se presenta una distribución de cargas puntuales, sin embargo, la expansión en términos de multipolos eléctricos para el potencial puede extenderse al caso continuo e incluso a combinaciones de distribuciones puntuales y continuas de carga.

El potencial eléctrico debido a una carga q está dado por:

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 (r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\theta)^{1/2}}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos\theta\right)^{1/2}} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} - \frac{2 \vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^2}\right)^{-1/2}$$

Usando el teorema del binomio,

$$(1 + x)^n = 1 + n x + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots \quad \text{Ec. (2.6)}$$

Se tiene:

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} \left[1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{r'^2}{r^2} - \frac{2 \vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{3}{2}\right) \left(\frac{r'^2}{r^2} - \frac{2 \vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^2}\right)^2 + \dots \text{terminos de mayor orden} \right]$$

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} \left[1 + \frac{\vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^2} + \frac{1}{2 r^4} (3 (\vec{r}' \cdot \vec{r})^2 - r^2 r'^2) + \dots \text{terminos de mayor orden} \right]$$

Para $r'/r \ll 1$ o $r' \ll r$, la contribución de los términos de mayor orden decrece rápidamente y por lo tanto, únicamente los primeros términos son significativos (Rao, 1972).

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q \vec{r}' \cdot \vec{r}}{4 \pi \epsilon_0 r^3} + \frac{q}{8 \pi \epsilon_0 r^5} [3(\vec{r}' \cdot \vec{r})^2 - r^2 r'^2] + \dots \quad \text{Ec. (2.7)}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q r' \cos\theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2} + \frac{q r'^2}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \left[\frac{3 \cos^2\theta - 1}{2} \right] + \dots \quad \text{Ec. (2.8)}$$

El primer término de la derecha de la ecuación anterior es el término monopolar del potencial o sea el potencial eléctrico producido por una carga puntual Q en el

origen, el segundo término representa al potencial eléctrico producido por un dipolo en el origen, mientras el tercer término representa el potencial producido por un cuadrupolo en el origen.

Al tener un grupo de cargas puntuales $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, situadas en los puntos $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$, el potencial puede ser determinado aplicando el principio de superposición a la ecuación anterior.

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q_i \vec{r}_i \cdot \vec{r}}{4 \pi \epsilon_0 r^3} + \frac{q_i}{8 \pi \epsilon_0 r^5} [3(\vec{r}_i \cdot \vec{r})^2 - r^2 r_i^2] + \dots \right\} \quad Ec. (2.9)$$

Simplificando la expresión se tiene:

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q_i r_i \cos \theta_i}{4 \pi \epsilon_0 r^2} + \frac{q_i r_i^2}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \left[\frac{3 \cos^2 \theta_i - 1}{2} \right] + \dots \right\} \quad Ec. (2.10)$$

Donde al igual que en el caso anterior, los términos del potencial son:

| | |
|--|--|
| $\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0 r}$ | Es el término monopolar $V_M(\vec{r})$ |
| $\sum_{i=1}^n \frac{q_i r_i \cos \theta_i}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$ | Es el término dipolar $V_D(\vec{r})$ |
| $\sum_{i=1}^n \frac{q_i r_i^2}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \left[\frac{3 \cos^2 \theta_i - 1}{2} \right]$ | Es el término cuadrupolar $V_Q(\vec{r})$ |

2.4.1 Definición de los momentos

En el caso del término monopolar del potencial, se puede observar que solo la sumatoria de cargas es función de las características de la fuente, dicha sumatoria representa la carga neta del sistema y también se le conoce como momento monopolar.

$$Q = \sum_i q_i \quad \text{Ec. (2.11)}$$

En la expresión que describe al término dipolar del potencial, se encuentra que existe dependencia con respecto a la distribución de cargas de la fuente, por medio de la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^N q_i r_i \cos \theta_i = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \cdot \hat{r} \quad \text{Ec. (2.12)}$$

Donde se le denomina como el momento dipolar eléctrico \vec{p} a la expresión:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \quad \text{Ec. (2.13)}$$

Por otro lado, el término cuadripolar del potencial puede reescribirse de la forma:

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n q_i r_i^2 \left[\frac{3 \cos^2 \theta_i - 1}{2} \right] = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i r_i^2}{2} [3 \cos^2 \theta_i - 1]$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2} [3 r_i^2 \cos^2 \theta_i - r_i^2] = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2} [3 (\vec{r}_i \cdot \hat{r})^2 - r_i^2]$$

Utilizando los cosenos directores $l_x = \frac{x}{r}$, $l_y = \frac{y}{r}$, $l_z = \frac{z}{r}$, la ecuación anterior

se expresa de la siguiente forma.

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2} [3 (x_i l_x + y_i l_y + z_i l_z)^2 - r_i^2]$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2} [3 (x_i l_x + y_i l_y + z_i l_z)^2 - r_i^2 (l_x^2 + l_y^2 + l_z^2)]$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{2} [l_x^2 (3 x_i^2 - r_i^2) + 6 l_x l_y (x_i y_i) + 6 l_x l_z (x_i z_i) + l_y^2 (3 y_i^2 - r_i^2) + 6 l_y l_z (y_i z_i) + l_z^2 (3 z_i^2 - r_i^2)]$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{2} [l_x^2 (3 x_i^2 - r_i^2) + 3 l_x l_y (x_i y_i) + 3 l_x l_z (x_i z_i) + 3 l_y l_x (y_i x_i) + l_y^2 (3 y_i^2 - r_i^2) + 3 l_y l_z (y_i z_i) + 3 l_z l_x (z_i x_i) + 3 l_z l_y (z_i y_i) + l_z^2 (3 z_i^2 - r_i^2)]$$

La parte de la expresión anterior que depende de los detalles de la distribución de carga se puede reescribir en función de las componentes Q_{jk} de un tensor conocido como momento cuadrupolar eléctrico, donde:

$$Q_{jk} = \sum_{i=1}^n q_i (3 j_i k_i - r_i^2 \delta_{jk}) \quad \text{Ec. (2.14)}$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \cdot \frac{1}{2} \left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} l_j l_k Q_{jk} \right) \quad \text{Ec. (2.15)}$$

$$V_Q(\vec{r}) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r^5} \cdot \frac{1}{2} \left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} j k Q_{jk} \right) \quad \text{Ec. (2.16)}$$

A continuación se encuentra el resumen de los momentos para la expansión multipolar eléctrica.

| | |
|---|-------------------------------------|
| $\sum_{i=1}^n q_i$ | Es el momento monopolar |
| $\sum_{i=1}^n q_i \vec{r}_i$ | Es el momento dipolar |
| $\sum_{i=1}^n q_i [3j_i k_i - r_i^2 \delta_{jk}]$ | Es el tensor de momento cuadripolar |

A pesar de que en este documento solo se trabajará con los términos monopolar, dipolar y cuadripolar del potencial, puede utilizarse más términos en el desarrollo de la serie de potencias para mejorar la aproximación. Un equivalente a la serie de potencias consiste en utilizar el teorema del binomio o los polinomios de Legendre para ampliar la cantidad de términos del desarrollo en serie del potencial (Wangsness, 1994).

$$\frac{1}{(1 - 2xy + y^2)^{1/2}} = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(x)y^l \quad (|x| \leq 1, y < 1) \quad \text{Ec. (2.17)}$$

Donde las funciones de $P_l(x)$ se pueden encontrar usando los primeros términos y la relación:

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x,$$

$$(l + 1)P_{l+1}(x) = (2l + 1)xP_l(x) - lP_{l-1}(x)$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \left(\sum_{i=1}^n q_i r_i^l P_l(\cos\theta_i) \right) \quad \text{Ec. (2.18)}$$

2.4.2 Aproximación de Campo Electroestático por Multipolos

El campo electrostático puede obtenerse de la ecuación del potencial por medio

$$\text{de } \vec{E} = -\vec{\nabla}V, \text{ y en el caso de la expansión en multipolos eléctricos } \vec{E} = -\vec{\nabla}(V_M(\vec{r}) + V_D(\vec{r}) + V_Q(\vec{r}) + \dots) = \vec{E}_M(\vec{r}) + \vec{E}_D(\vec{r}) + \vec{E}_Q(\vec{r}) + \dots$$

Cuando se utilizan las identidades para encontrar los términos del campo eléctrico $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\hat{r}}{r^2}$, $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right) = -\frac{3\hat{r}}{r^4} = -\frac{3\vec{r}}{r^5}$, $\vec{p} \cdot \vec{r} = p_x x + p_y y + p_z z$ y $\vec{\nabla}(p_x x + p_y y + p_z z) = \vec{p}$.

En el caso del termino cuadripolar, para determinar el campo eléctrico se deben utilizar las identidades $j \cdot k \cdot Q_{jk} = k \cdot j \cdot Q_{kj}$, $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^5}\right) = -\frac{5\hat{r}}{r^6} = -\frac{5\vec{r}}{r^7}$

$$\begin{aligned} & -\vec{\nabla}\left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} j k Q_{jk}\right) = -2\left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} k Q_{jk}\right)\hat{j} \\ & -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^5} \cdot \frac{1}{2}\left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} j k Q_{jk}\right)\right) \\ & = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{5\vec{r}}{r^7} \sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} j k Q_{jk} - \frac{2}{r^5}\left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} k Q_{jk}\right)\hat{j}\right) \end{aligned}$$

A continuación se presentan los términos de la aproximación multipolar para el campo eléctrico.

| | |
|---|--|
| $-\vec{\nabla}\left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r}\right) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ | Es el término monopolar $\vec{E}_M(\vec{r})$ |
| $-\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}\right) = \frac{(3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p})}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ | Es el término dipolar $\vec{E}_D(\vec{r})$ |
| $-\vec{\nabla}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^5} \cdot \frac{1}{2}\left(\sum_{j=x,y,z} \sum_{k=x,y,z} j k Q_{jk}\right)\right)$ | Es el término cuadripolar $\vec{E}_Q(\vec{r})$ |

Como se pudo observar, los términos de orden superior tanto para el potencial como para el campo eléctrico tienen expresiones cada vez más complejas, sin embargo, cuando la distancia de la fuente al punto de campo es lo suficientemente grande, estos términos tienen contribuciones muy pequeñas al potencial y/o al campo.

2.4.3 Aproximación de la Energía Electroestática por Multipolos

La energía potencial electrostática de un sistema, en general posee dos términos, el primero se debe a la energía interna de dicho sistema y el segundo término es el resultado de la interacción con otros sistemas. Al realizar el análisis de la energía desde el punto de vista de la expansión en multipolos, el término que interesa se debe a la interacción.

$$W = QV_0(\vec{r}) - \vec{p} \cdot \vec{E}_0(\vec{r}) - \frac{1}{6} \sum_j \sum_k Q_{ij} \left(\frac{\partial E_{0j}}{\partial k} \right)_{\vec{r}} + \dots \quad Ec. (2.19)$$

Esta expresión muestra como la energía de interacción es función del potencial y el campo eléctrico externo. La interacción cuadripolar resulta de particular interés en física nuclear. Los núcleos atómicos pueden tener momentos cuadripolares eléctricos, cuyo valor y signo reflejan la naturaleza de las fuerzas entre neutrones y protones, así como la forma de los núcleos mismos (Jackson, 1980).

2.4.4 Algunas Aplicaciones Reales de los Multipolos

Los temas de multipolos eléctricos y magnéticos se estudian actualmente en los cursos de Electricidad y Magnetismo I y II de la UNAH, como una forma alternativa para analizar en forma aproximada el potencial producido por distribuciones de carga y/o corriente, sin embargo, no es común encontrar en la mayor parte de los

libros a nivel de licenciatura aplicaciones reales de los multipolos, a excepción de las relacionadas con el tema de antenas.

Debido a lo anterior, en algunas ocasiones el estudiante puede quedar con la impresión que la expansión multipolar es únicamente un proceso matemático complicado, y como consecuencia se produce una desmotivación por parte del estudiante.

Exponer sobre las distintas aplicaciones de los multipolos eléctricos permite hacer más agradable la experiencia para el estudiante y por lo tanto aumenta el interés de este en un tema con cálculos complicados.

- Las expansiones multipolares de la distribución de carga son útiles para estudiar:
 - Fuerzas intermoleculares.
 - Modelos electrostáticos.
 - En la análisis de estructuras en cristalografía.
- En la resolución de estructuras atómicas, la distribución electrónica es aproximada en primer lugar por una distribución esférica alrededor de los núcleos.
- Con la inclusión de aproximaciones no esféricas el modelo de densidad converge al de la densidad real (García Revilla, s.f.).
- En el área de las telecomunicaciones al estudiar los campos electromagnéticos irradiados por diferentes tipos de antenas (Aznar, y otros, 2004)

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

Este proyecto de investigación tiene un enfoque de tipo mixto (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2008), se buscará adecuar algunas de las técnicas más exitosas desarrolladas por los investigadores del área de enseñanza de la física a nuestro contexto para enseñar con mayor éxito el tema de multipolos eléctricos a estudiantes del curso de electricidad y magnetismo I.

3.1 HIPÓTESIS

Según (Kothari, 2004), las hipótesis son generalmente consideradas como el principal instrumento en la investigación, se definen como explicaciones tentativas acerca de las relaciones entre dos o más variables, y se apoyan en conocimientos organizados y sistematizados (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2008).

En esta propuesta de investigación se presentan las dos hipótesis siguientes:

H₁: Una variación en la metodología de enseñanza-aprendizaje, al impartir el tema de multipolos eléctricos, producirá una diferencia estadísticamente significativa en la motivación e interés del grupo experimental y el grupo de control, en la asignatura de Electricidad y Magnetismo I de la UNAH.

H₂: Una variación en la metodología de enseñanza-aprendizaje, al impartir el tema de multipolos eléctricos, producirá una diferencia estadísticamente significativa en el rendimiento académico del grupo experimental y el grupo de control, al aplicar la prueba postest sobre el tema de multipolos eléctricos.

Como hipótesis alternativas a la investigación, se presentan las dos hipótesis nulas siguientes:

H₀₁: Una variación en la metodología de enseñanza-aprendizaje, al impartir el tema de multipolos eléctricos, no producirá una diferencia estadísticamente significativa en la motivación e interés del grupo experimental y el grupo de control, en la asignatura de Electricidad y Magnetismo I de la UNAH.

H₀₂: Una variación en la metodología de enseñanza-aprendizaje, al impartir el tema de multipolos eléctricos, no producirá una diferencia estadísticamente significativa en el rendimiento académico del grupo experimental y el grupo de control, al aplicar la prueba posttest sobre el tema de multipolos eléctricos.

3.2 SELECCIÓN DE LA MUESTRA

Se realizó el estudio en dos secciones del curso de electricidad y magnetismo I de la UNAH, el grupo de control tenía 30 estudiantes, mientras el grupo experimental tenía 28 estudiantes. La población de las secciones actuales está compuesta en su mayoría por estudiantes de Ingeniería Eléctrica Industrial 75%, mientras a la carrera de Licenciatura en Física pertenecen un 17% y a la Licenciatura en Astronomía y Astrofísica 8%.

3.3 LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

El curso de Electricidad y Magnetismo I de la UNAH es unificado, debido a ello los profesores de los diferentes grupos seguimos el mismo plan establecido por el silabo de la clase, esto significa que utilizamos el mismo libro de texto, presentamos los temas en el mismo orden, al cubrir un determinado tema el silabo

establece que tanto se profundizará en dicho tema, además del tiempo en que se debe cubrir.

Por otro lado, existe una lista de problemas propuestos para examen, esta lista es conocida por los estudiantes, además el estudiante tiene fácil acceso tanto al libro de texto como a la bibliografía complementaria, a pesar de ello existe un porcentaje relativamente alto de abandono y reprobación.

Esta propuesta plantea un cambio, el cual consiste en el uso de algunas herramientas computacionales al momento de desarrollar el tema, entre estas el uso de presentaciones, y simulaciones por computadora. Además la asignación continua de tareas, el uso de la plataforma Moodle tanto para dar una retroalimentación inmediata sobre las tareas, como para que los estudiantes puedan contar con las presentaciones y los videos sobre solución de problemas, todo lo anterior complementado con el uso de dos de las técnicas de enseñanza-aprendizaje más exitosas en el campo de la física *Instrucción por Pares* (Meltzer & Thornton, 2012) y *Enseñanza Justo a Tiempo*.

Todos los elementos planteados anteriormente, unidos a la enumeración de algunas de las aplicaciones reales que tiene la expansión multipolar, pretenden lograr una mayor motivación hacia este tema por parte del estudiante, y una mejora en su desempeño académico en este tema en particular.

3.3.1 Instrucción por Pares

El físico Erick Mazur ha creado el método Peer Instruction, sugiere que en las ciencias, como en las humanidades, la primera exposición al material nuevo debe venir de la lectura de material impreso. Posteriormente en la clase magistral, se puede utilizar para dar a los estudiantes un sentido de lo que es más importante en el material que han leído, de relacionar la lectura con temas previamente estudiados y para verificar la comprensión conceptual. Además se debe utilizar la clase magistral para presentar un panorama más amplio, relacionar las teorías y

las observaciones, e incluso considerar más puntos que no han sido tratados en el libro de texto.

Ya que las conferencias que brinda el maestro a sus estudiantes al desarrollar la clase no son tan efectivas como quisiéramos, y en la mayoría de los casos el profesor tiene la atención del estudiante un tiempo muy corto, según (Mazur, 1997), en los cursos introductorios de física si todo va bien la atención del educando se puede mantener durante los primeros quince minutos de clase.

Lo anterior solo refleja que en gran parte del desarrollo del curso, el alumno se distrae, y el esfuerzo del profesor no es aprovechado. Esta situación implica la necesidad de cambiar la metodología tradicional con la que se imparten los cursos introductorios de física, y utilizar los resultados de las investigaciones de expertos en el tema de enseñanza en física con el fin de mejorar la calidad de nuestros estudiantes.

El método de Peer Instruction PI (Instrucción por Pares) consiste en:

- La asignación de lecturas previas a los estudiantes sobre el tema que será tratado en clase.
- Evaluar la comprensión de dichas lecturas al inicio de clase con una pequeña prueba con un minuto de duración, la cual consiste en una pregunta de selección múltiple llamado por Mazur "Concept Test" y se registran los resultados.
- Posteriormente los estudiantes tienen alrededor de dos minutos para discutir sus ideas con otro compañero tratando de convencerlo y convencerse a sí mismos de su razonamiento, producto de esta interacción el número de respuestas correctas que se obtienen en una segunda votación aumenta considerablemente.

- La clase se divide en segmentos de 10 a 15 minutos de duración en los cuales se abordan los principales conceptos de las lecturas asignadas y se repite la práctica usando el método PI.

3.3.2 La Educación Justo a Tiempo

El uso de la metodología de “Educación Justo a Tiempo” permite aprovechar mejor el tiempo de clases, ya que el estudiante realiza una pequeña prueba en línea antes de llegar al aula de clases, utilizando una plataforma adecuada el profesor observa los resultados de la prueba que aplicó e identifica que elementos de un determinado tema conoce el estudiante y en cuales tiene deficiencias, esto le permite diseñar su clase según las necesidades de sus estudiantes.

3.3.3 Uso de Simulaciones en EJS

La belleza de la física normalmente no es apreciada por los estudiantes, ya que en su mayoría no logran percibir como esta ciencia analiza, explica e incluso predice los diferentes fenómenos físicos, además de ser la responsable junto a otras ciencias de los diferentes avances tecnológicos que ha tenido la humanidad.

Los profesores del curso de Electricidad y Magnetismo I, enfrentan un desafío mayor que los profesores de cursos previos a este, ya que conceptos tales como el campo eléctrico o el potencial eléctrico no pueden ser observados directamente, y por lo tanto, el estudiante únicamente podría ver la interacción de estos con la materia.

Es por ello que se ha desarrollado una serie de simulaciones en computadora usando un programa conocido como EJS, desarrollado por el Ph.D. Francisco Esquembre (Easy Java Simulations, s.f.), dicho programa permite convertir las simulaciones a formato java, para posteriormente ser utilizadas tanto dentro del salón de clases como fuera de este.

Para poder realizar las simulaciones fue necesario aprender a usar el programa, por lo que se estudiaron muchas ayudas de la página del programa, diferentes videos tutoriales y el manual de Francisco Esquembre (Esquembre, 2005). A continuación se presentan capturas de pantalla de algunas de las simulaciones realizadas en EJS para explicar el tema de expansión en multipolos eléctricos.

Simulación de un dipolo eléctrico tanto en 2D (a la izquierda), como en 3D (a la derecha).

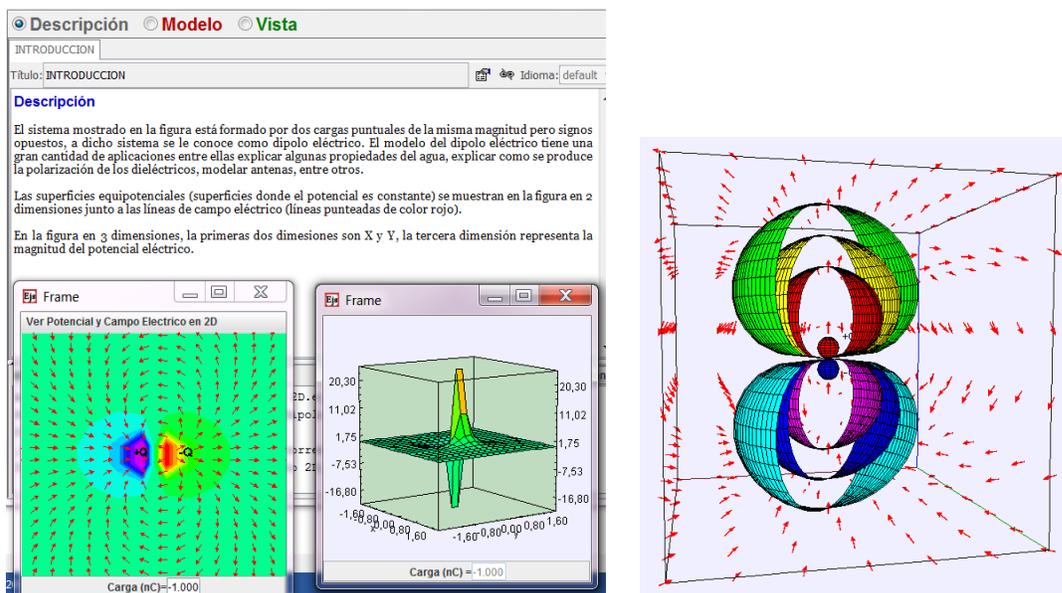


Figura 3.1 Dipolo Eléctrico

Simulación de una espira circular con distribución de carga variable, en la figura de la izquierda se notan cortadas las superficies equipotenciales, mientras en la figura de la derecha se ha cambiado a su valor máximo el ángulo azimutal. Posteriormente a la solución de este problema en el aula de clase, se sugiere que el profesor comente brevemente sobre las antenas dipolo elemental.

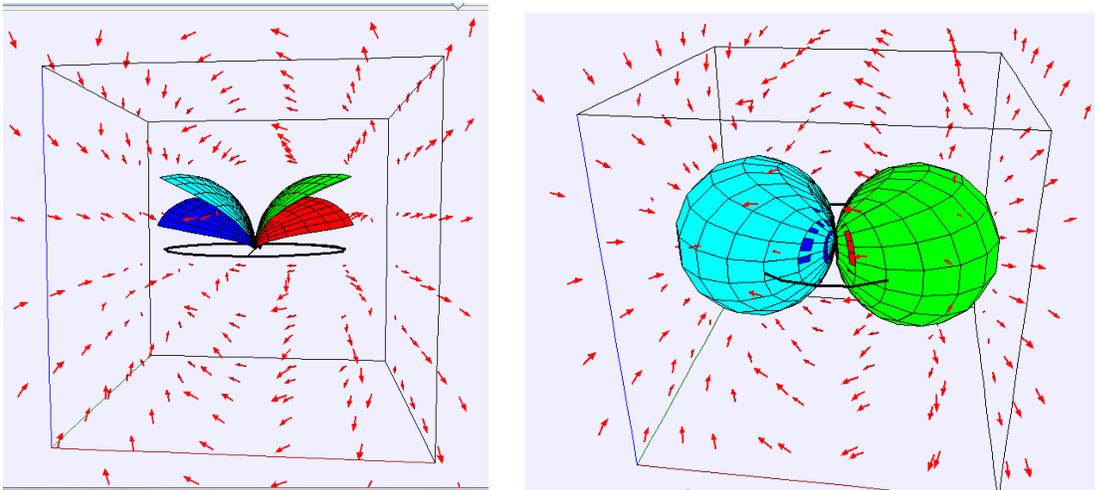


Figura 3.2 Espira circular con distribución de carga dependiente del ángulo.

Simulación de un cuadrupolo eléctrico, en la figura de la izquierda se notan las superficies equipotenciales en 3D, mientras en la figura de la derecha se ha cambiado el valor del ángulo, de modo que se parezca un cuadrupolo en 2D. Se sugiere que posteriormente a presentar este tema, el profesor comente muy brevemente sobre la importancia de estos al estudiar los núcleos atómicos.

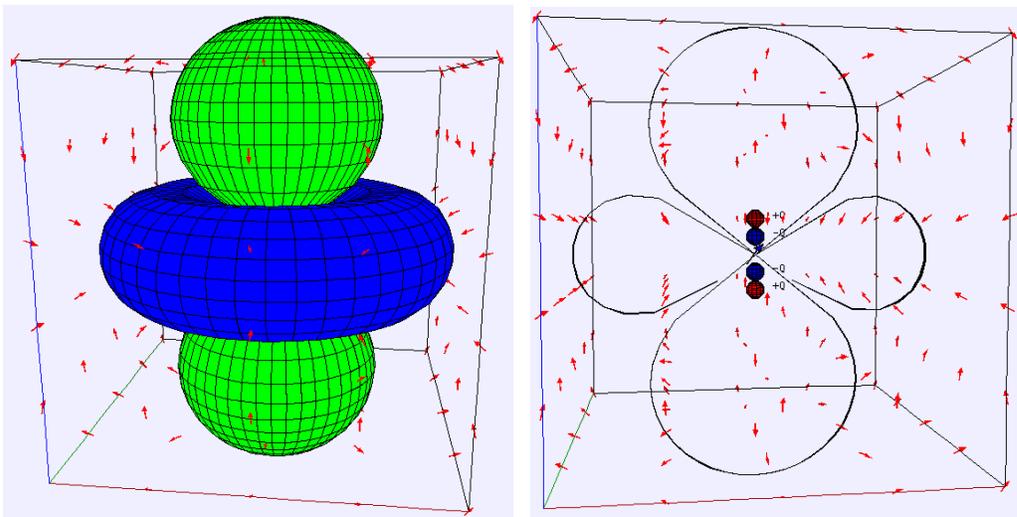


Figura 3.3 Cuadrupolo Eléctrico.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se presentan los principales resultados obtenidos por medio de la aplicación de las herramientas desarrolladas, ya que se vuelve demasiado complejo el análisis de resultados para cada una de las actividades realizadas.

4.1 RESULTADOS PREPRUEBA

A continuación se presentan los resultados que corresponden a la primera prueba (preprueba) que se realizó tanto al grupo experimental como al grupo de control, previo al estudio del tema de multipolos eléctricos en clase. Mediante esta prueba se determina las ideas que tienen los estudiantes acerca del comportamiento de las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales producidas por distintas distribuciones de cargas.

A continuación se muestra la tabla 4.1 en la que se resumen las principales observaciones obtenidas al revisar la parte correspondiente a campo eléctrico en la primera prueba realizada por los estudiantes tanto del grupo experimental como el control.

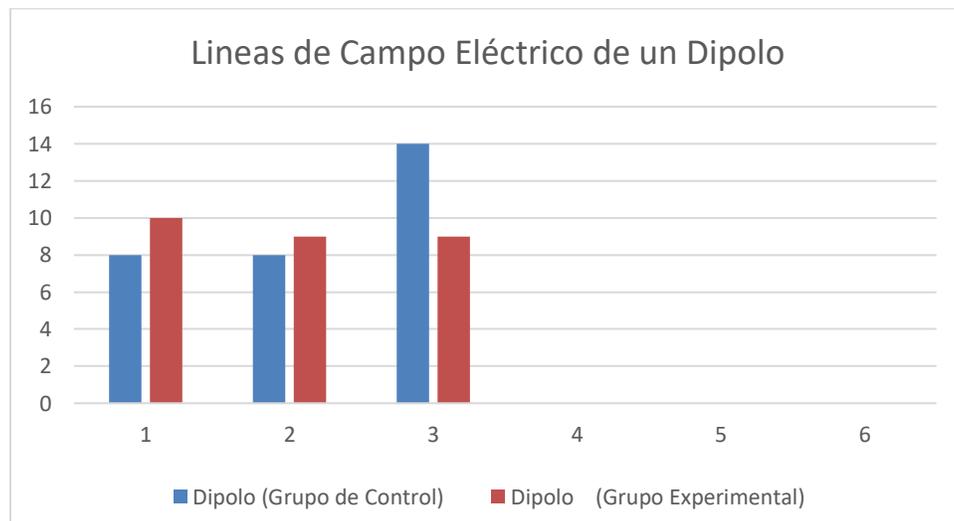
Tabla 4.1 Resumen de las principales observaciones en el tema de campo **E**.

| No | Significado para las líneas de campo eléctrico |
|----|---|
| 1 | No comprende la forma básica de las líneas de campo E . |
| 2 | Comprende la forma básica de las líneas de campo E . |
| 3 | Comprende como un grupo de cargas afecta la forma de las líneas de E . |
| 4 | No trabajo el problema. |
| 5 | Confunde las superficies equipotenciales y las líneas de campo eléctrico. |
| 6 | Confunde el punto de campo con una carga puntual. |

Actividad # 1. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por un dipolo eléctrico.

En el grupo experimental, 10 de los estudiantes, equivalente al 36 % mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, además 9 de los estudiantes, equivalente al 32 % mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, y 32 % de los alumnos comprenden que la forma de las líneas de campo es afectada por ambas cargas y realizó correctamente esta actividad.

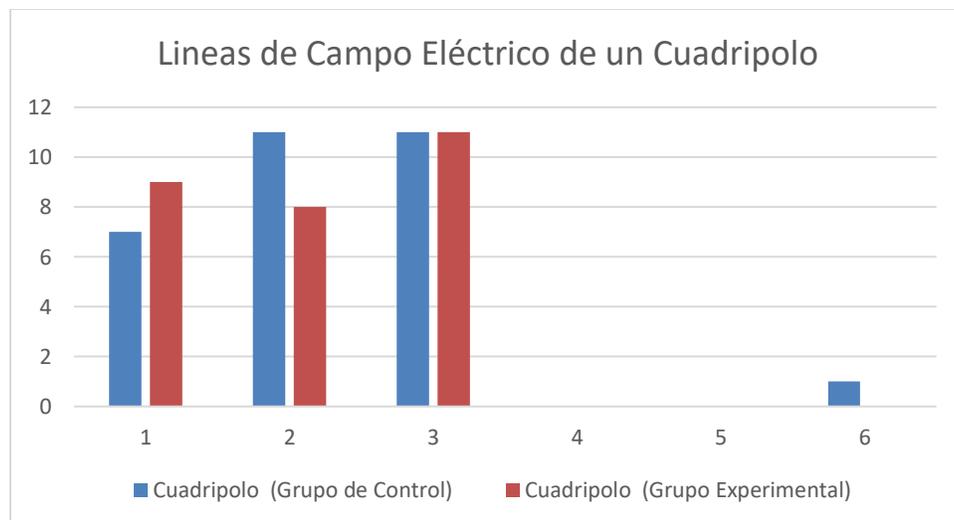
En el grupo de control, 8 de los estudiantes, equivalente al 26.7 % mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, también el 26.7% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras 46.6 % de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo es afectada por ambas cargas y realizó correctamente esta actividad.



Actividad # 2. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por un arreglo de cuatro cargas puntuales de la misma magnitud y con signos distintos como las mostradas en la figura.

En el grupo experimental, 9 de los estudiantes, equivalente al 32.1 % mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 8 estudiantes, equivalente al 28.6 % mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, por otro lado, 39.3 % de los alumnos comprenden que la forma de las líneas de campo es afectada por las cuatro cargas y realizó correctamente esta actividad.

En el grupo de control, 7 de los estudiantes, equivalente al 23.3 % mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, el 36.7% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, también el 36.7 % de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo es afectada por ambas cargas y realizó correctamente esta actividad. En el grupo de control se presentó el caso de un estudiante que confundió el punto de campo con una carga puntual, equivale a 3.3%.



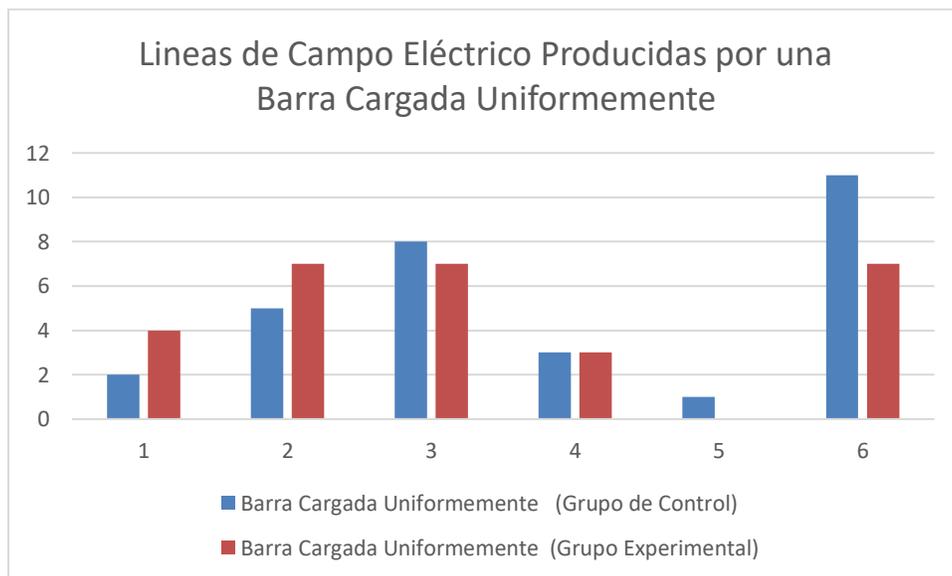
Actividad # 3. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por una barra conductora cargada en los puntos marcados con las X (Asuma λ constante).

En el grupo experimental, 4 de los estudiantes, equivalente al 14 % mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 7 estudiantes, equivalente al 25% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, también el 25% de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo comenzará a curvarse hacia afuera cerca de los extremos de la línea.

Además, el 11% de los alumnos del grupo experimental no trabajo este problema, y un 25% de los estudiantes confundió los puntos de campo con cargas puntuales.

En el grupo de control, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, el 17% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras el 27 % de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo comenzará a curvarse hacia afuera cerca de los extremos de la línea.

Además, el 10% de los alumnos del grupo de control no trabajo este problema, 3% confundió las líneas de campo eléctrico con superficies equipotenciales y un 36% de los estudiantes confundió los puntos de campo con cargas puntuales.



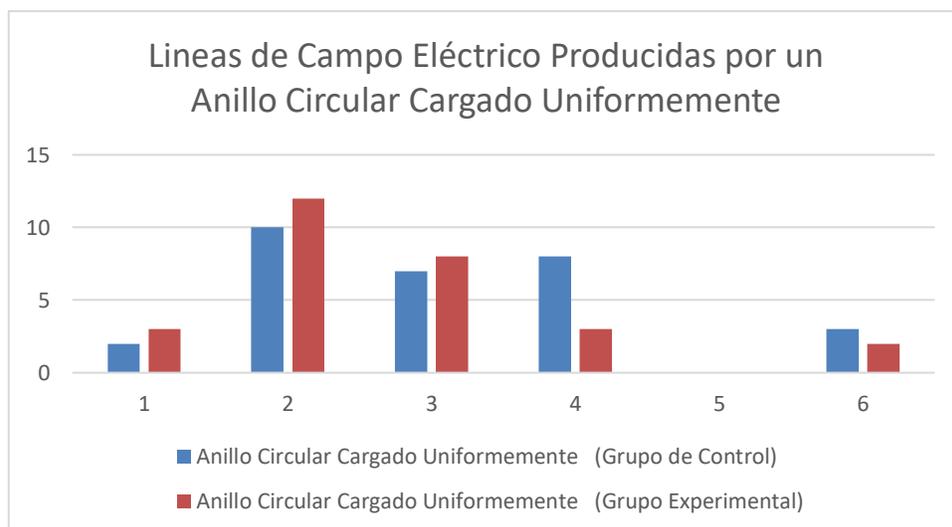
Actividad # 4. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por un anillo circular cargado uniformemente en los puntos marcados con las X.

En el grupo experimental, el 11 % de los educandos mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, el 43% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, de la misma forma, 29% de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo comenzará a curvarse hacia afuera al alejarse del eje del anillo.

Además, el 10% de los alumnos del grupo experimental no trabajo este problema, y un 7% de los estudiantes confundió los puntos de campo con cargas puntuales.

En el grupo de control, el 7% de los estudiantes mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, el 33% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras el 23 % de los estudiantes comprenden que la forma de las líneas de campo comenzará a curvarse hacia afuera al alejarse del eje del anillo.

Además, el 27% de los alumnos del grupo de control no trabajo este problema, 3% confundió las líneas de campo eléctrico con superficies equipotenciales y un 10% de los estudiantes confundió los puntos de campo con cargas puntuales.



A continuación se describen las actividades que realizaron los estudiantes con respecto al potencial eléctrico en la preprueba. Es importante aclarar que el nivel de comprensión de estos temas por parte del estudiante, afecta en gran medida el uso de la expansión en multipolos eléctricos y la integración de estos conceptos.

Tabla 4.2 Resumen de las principales observaciones en el tema de potencial.

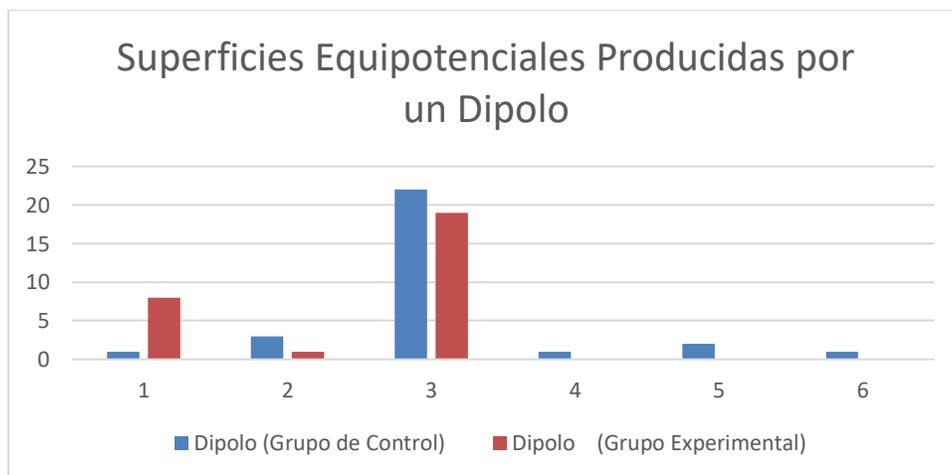
| No | Significado para las superficies equipotenciales |
|-----------|---|
| 1 | No comprende la forma básica de las superficies equipotenciales. |
| 2 | Comprende la forma básica de las superficies equipotenciales. |
| 3 | Comprende como un grupo de cargas afecta la forma de las líneas de las superficies equipotenciales. |
| 4 | No trabajo el problema. |
| 5 | Confunde las superficies equipotenciales y las líneas de campo eléctrico. |
| 6 | Confunde el punto de campo con cargas puntuales. |

Actividad # 5. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por un dipolo eléctrico.

En el grupo experimental, 8 de los estudiantes, equivalente al 28 % mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, además 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, y 68% de los alumnos comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es afectada por ambas cargas y realizo correctamente esta actividad.

En el grupo de control, 1 de los estudiantes, equivalente al 3% mostró no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 3 estudiantes equivalentes al 10% mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras 73% de los estudiantes comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es afectada por ambas cargas y realizo correctamente esta actividad.

En el grupo de control, 1 de los estudiantes, equivalente al 3% no trabajo este problema, el 7% de los estudiantes confundió las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico, y el 4% confundió el punto de campo con cargas puntuales.



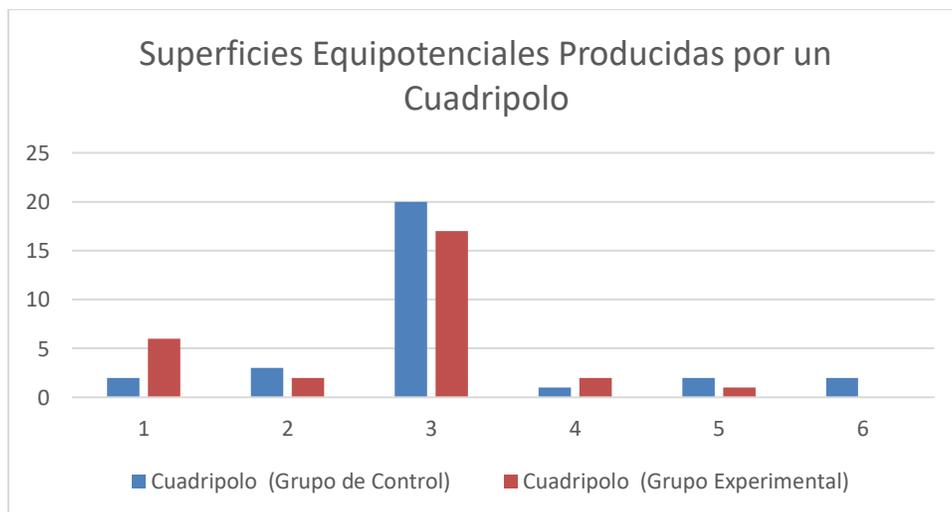
Actividad # 6. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por un cuadripolo eléctrico.

En el grupo experimental, 6 de los alumnos, equivalente al 21 % mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, además 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, y 17 estudiantes que equivalen al 61% comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es afectada por todas las cargas y realizo correctamente esta actividad.

En el grupo experimental, 7% de los educandos no trabajaron este problema y un 3% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico.

En el grupo de control, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 3 estudiantes equivalentes al 10% mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras 67% de los estudiantes comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es afectada por todas las cargas y realizo correctamente esta actividad.

En el grupo de control, 3% de los educandos no trabajo este problema, un 7% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico y un 6% confundió el punto de campo con cargas puntuales.



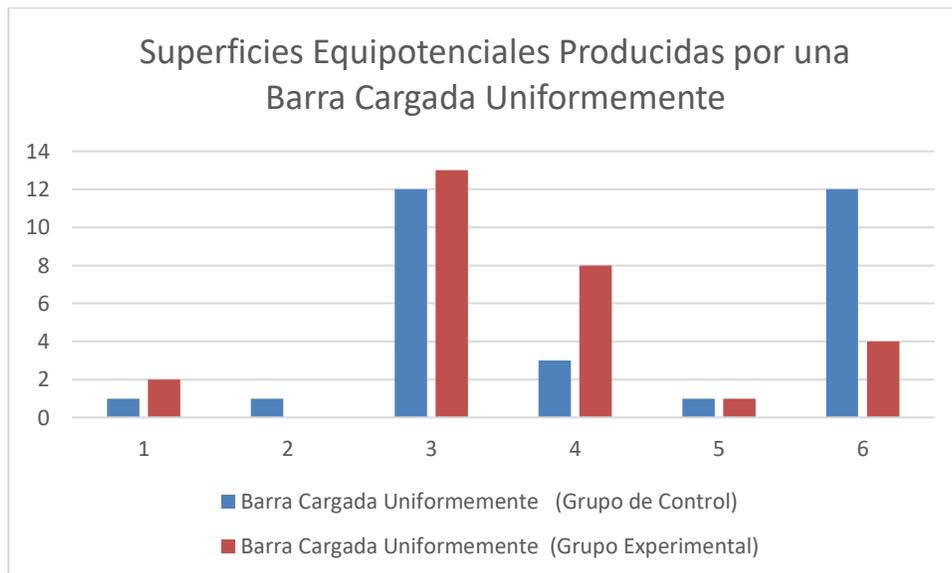
Actividad # 7. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por una barra cargada uniformemente.

En el grupo experimental, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, y 13 estudiantes que equivalen al 47% comprenden la forma de las superficies equipotenciales.

En el grupo experimental, 29% de los estudiantes no trabajaron este problema, un 4% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico y un 13% confunde el punto de campo con cargas puntuales.

En el grupo de control, 1 de los estudiantes, equivalente al 3% mostró no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, el 4% mostró comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras 40% de los estudiantes comprenden la forma de las superficies equipotenciales.

En el grupo de control, 10% de los educandos no trabajaron este problema, un 3% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico y un 40% confundió el punto de campo con cargas puntuales.



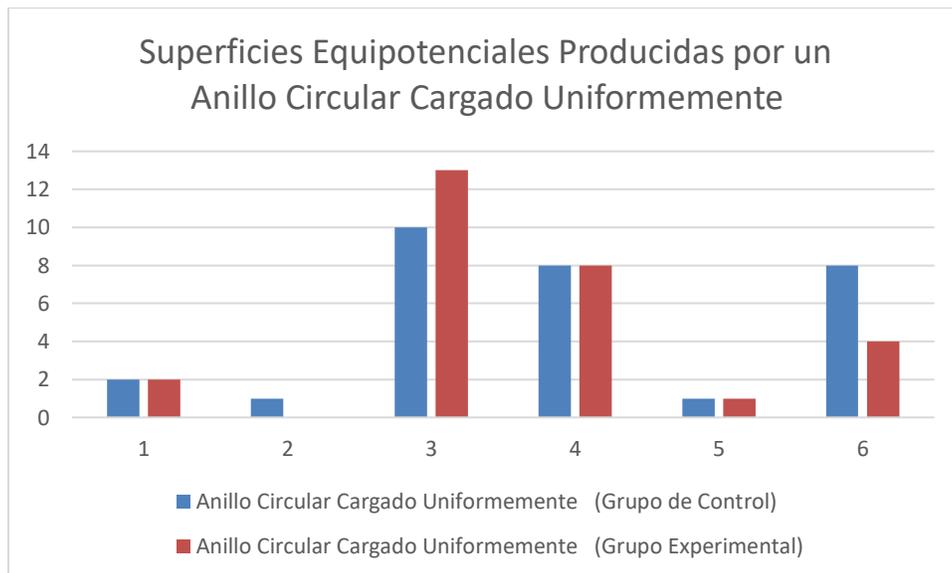
Actividad # 8. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por un anillo circular cargado uniformemente.

En el grupo experimental, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, y 13 estudiantes que equivalen al 47% comprenden la forma de las superficies equipotenciales.

En el grupo experimental, 29% de los estudiantes no trabajaron este problema, un 4% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico y un 13% confunde el punto de campo con cargas puntuales.

En el grupo de control, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, el 3% mostró comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras 33% de los estudiantes comprenden la forma de las superficies equipotenciales.

En el grupo de control, 27% de los educandos no trabajaron este problema, un 3% confunde las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico y un 27% confundió el punto de campo con cargas puntuales.



4.2 PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LOS TEMAS DEL CURSO

A continuación se presenta la encuesta de percepción de los estudiantes sobre los temas del curso, se analizan dos situaciones, la primera son los temas que le parecen más difíciles al estudiante y en segundo lugar los más interesantes. El estudiante puede elegir más de un solo tema en cada uno de los casos.

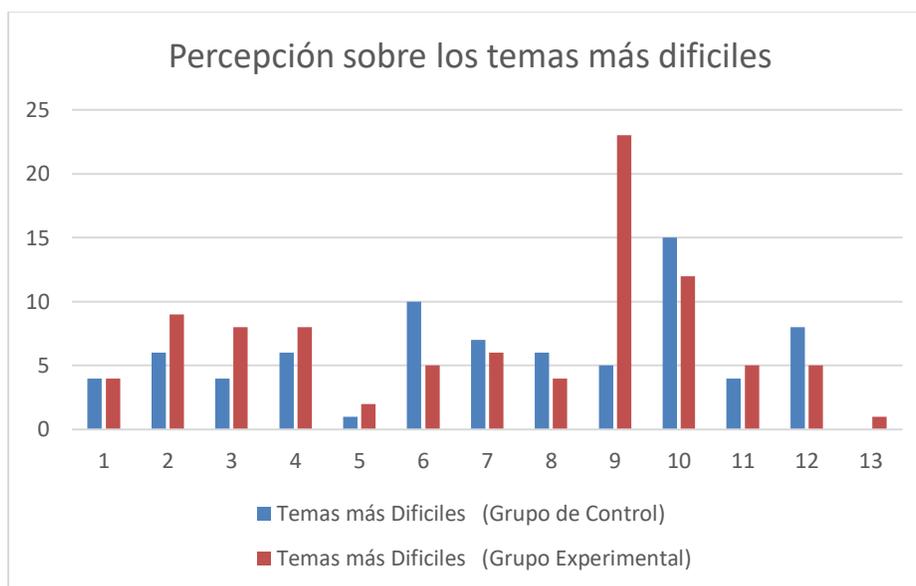


Tabla 4.3 Temas Principales del Curso de Electricidad y Magnetismo I

| No. | Temas del Curso |
|-----|-------------------------|
| 1 | Sistemas de Coordenadas |
| 2 | Calculo Vectorial |
| 3 | Fuerza Eléctrica |
| 4 | Campo Eléctrico |

| | |
|----|--|
| 5 | Ley de Gauss |
| 6 | Potencial Eléctrico |
| 7 | Conductores |
| 8 | Capacitancia |
| 9 | Energía Electrostática |
| 10 | Multipolos Eléctricos |
| 11 | Condiciones de Frontera |
| 12 | Electrostática en presencia de materia |
| 13 | Otros |

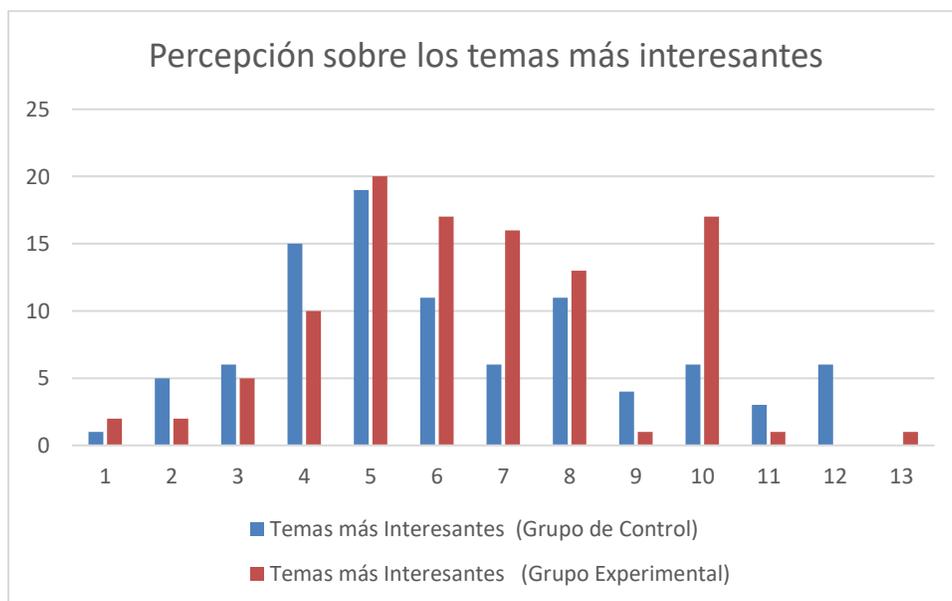
Según el grupo experimental, los tres temas más difíciles son: energía electrostática con 85%, multipolos eléctricos con 44% y cálculo vectorial con 33%. Según el grupo de control, los tres temas más difíciles son: multipolos eléctricos con 58%, potencial eléctrico con 38% y electrostática en presencia de materia con 31%.

Según el grupo experimental, los tres temas más interesantes son: Ley de Gauss con 74%, potencial eléctrico con 63% y multipolos eléctricos con 63%, además de conductores con 59%. Según el grupo de control, los tres temas más interesantes son: Ley de Gauss con 73%, campo eléctrico con 58%, mientras potencial eléctrico y capacitancia están en tercer lugar con 42%.

Un aspecto que vale la pena comentar es que para ambos grupos la Ley de Gauss es el tema que les parece más interesante, además el porcentaje de interés es similar. En el grupo experimental se encontró el mismo nivel de interés por

parte de los estudiantes en los temas de potencial eléctrico y expansión en multipolos eléctricos.

Por otro lado, se encontró una diferencia significativa en el interés del tema de multipolos eléctricos, 63% en el grupo experimental y 23% en el grupo de control, lo que puede estar relacionado con el uso de algunas técnicas de enseñanza cuyo éxito ha sido comprobado como instrucción por pares, retroalimentación justo a tiempo, y el uso de diferentes herramientas computacionales dentro y fuera del aula de clases.



4.3 RESULTADOS POSPRUEBA

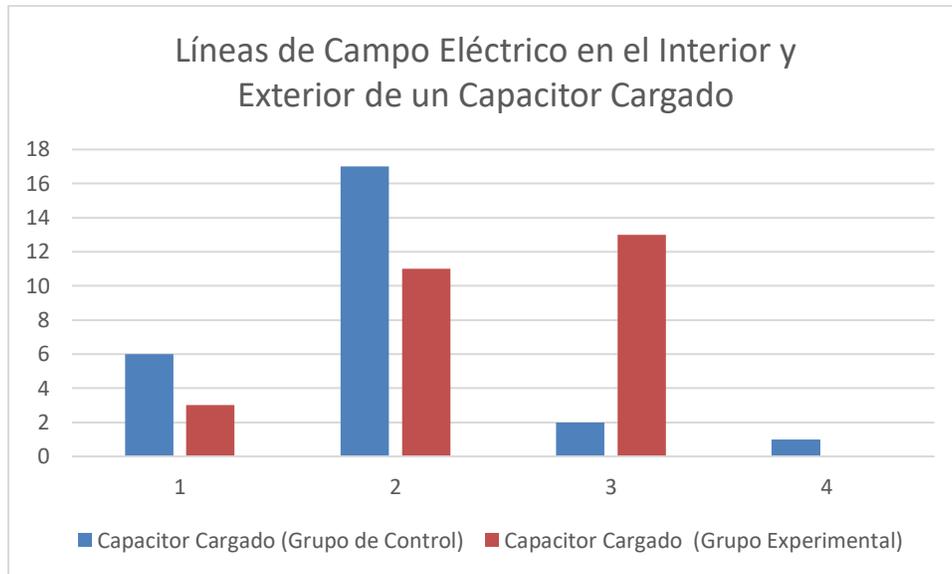
En esta sección se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes después de realizar una segunda prueba (posprueba), los contenidos evaluados en la segunda prueba son similares a la primera, aunque se espera que el estudiante integre los conocimientos adquiridos sobre expansión multipolar para el análisis de diferentes problemas.

Actividad # 9. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por un capacitor de placas paralelas cargado tanto en el interior como en el exterior.

En el grupo experimental, 3 de los estudiantes, equivalente al 11% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, además 11 de los estudiantes, equivalente al 41% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 13 estudiantes que equivalen al 48%, comprenden que la forma de las líneas de campo en el interior de las placas es perpendicular a estas y fuera de las placas se doblan de forma similar a un dipolo eléctrico.

En el grupo de control, 6 de los estudiantes, equivalente al 23% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 17 de los estudiantes, equivalente al 65% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras 8% de los estudiantes comprenden el comportamiento de las líneas de campo tanto en el interior como el exterior del capacitor.

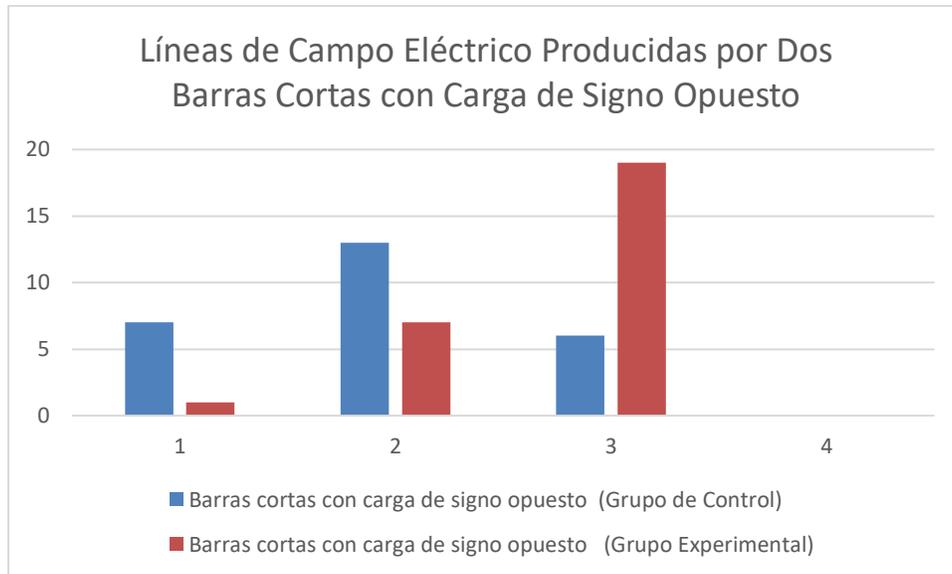
Además, 1 estudiante del grupo de control, que equivale al 4% no trabajó este problema.



Actividad # 10. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por dos barras cortas, paralelas y con carga de signo opuesto.

En el grupo experimental, 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 7 de los estudiantes, equivalente al 26% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 19 estudiantes que equivalen al 70%, comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es similar a un dipolo eléctrico.

En el grupo de control, 7 de los estudiantes, equivalente al 27% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 13 de los estudiantes, equivalente al 50% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras que 6 de los estudiantes, equivalente a un 23% comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es similar a un dipolo eléctrico.

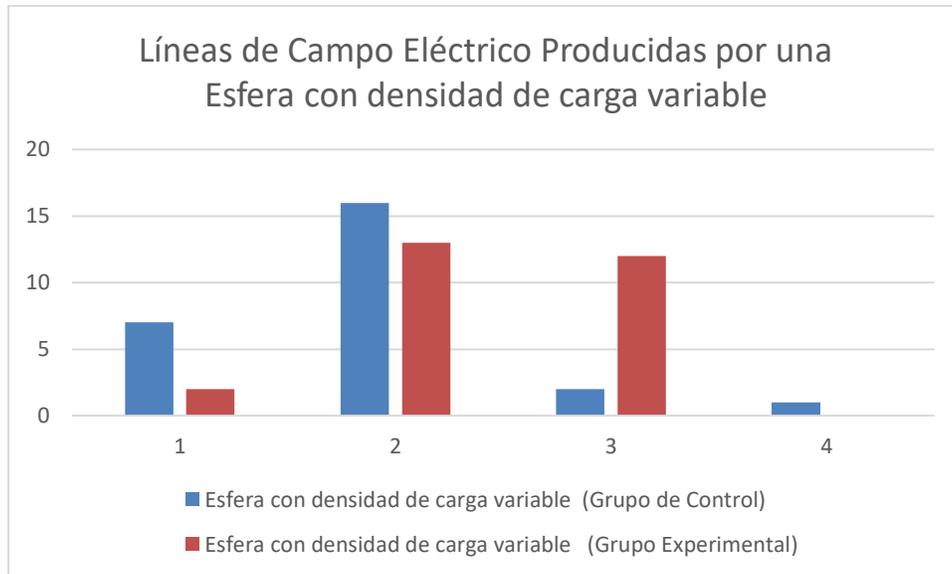


Actividad # 11. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por una esfera con densidad de carga superficial variable.

En el grupo experimental, 2 de los estudiantes, equivalente al 7% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 13 de los estudiantes, equivalente al 48% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 12 estudiantes que equivalen al 45%, comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es similar a un dipolo eléctrico.

En el grupo de control, 7 de los estudiantes, equivalente al 27% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 16 de los estudiantes, equivalente al 61% mostró comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras que 2 de los estudiantes, equivalente a un 8% comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es similar a un dipolo eléctrico.

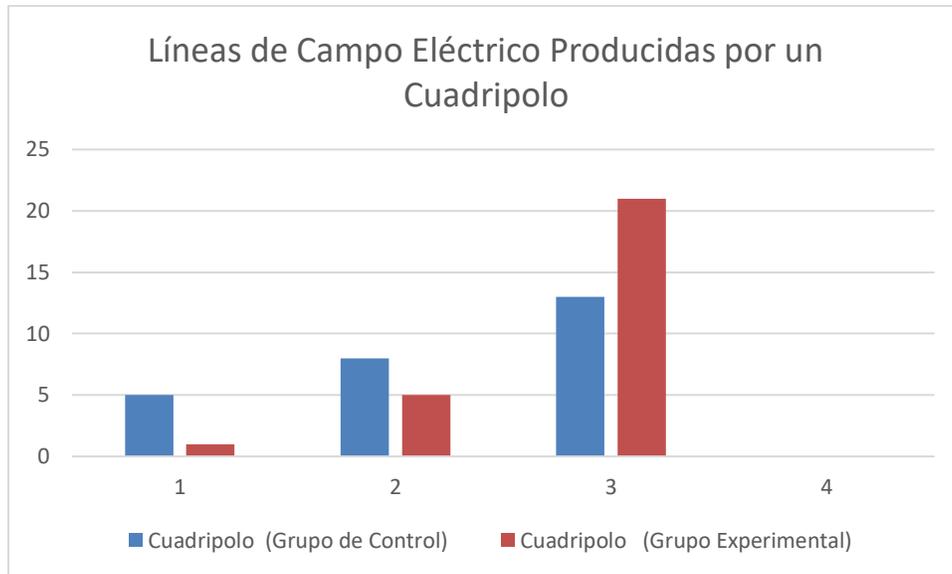
Por otro lado, un estudiante del grupo de control, es equivalente a un 4% no trabajo este problema.



Actividad # 12. Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por un arreglo de cuatro cargas puntuales de la misma magnitud pero signos alternos.

En el grupo experimental, 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 5 de los estudiantes, equivalente al 19% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 21 estudiantes que equivalen al 77%, comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es la de un cuadripolo eléctrico.

En el grupo de control, 5 de los estudiantes, equivalente al 19% mostraron no comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, 8 de los estudiantes, equivalente al 31% mostraron comprender la forma básica de las líneas de campo **E**, mientras que 13 de los estudiantes, equivalente a un 50% comprenden que la forma de las líneas de campo eléctrico es la de un cuadripolo eléctrico.



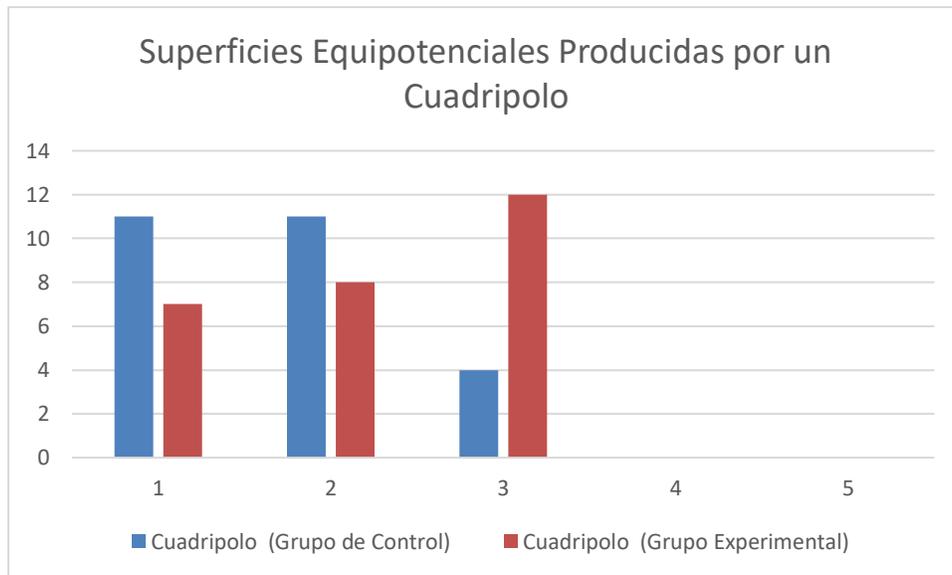
Actividad # 13. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por un arreglo de tres cargas puntuales en línea.

A pesar de que esta actividad utilizaba únicamente cargas puntuales, se evaluaba la capacidad de análisis del alumno, ya que se presentaban dos cargas positivas de la misma magnitud en los extremos del arreglo y una carga negativa con el doble de magnitud en el centro. Se esperaba que el alumno observara que tenía dos dipolos en sentidos opuestos, lo cual producía un cuadripolo puro.

En el grupo experimental, 7 de los estudiantes, equivalente al 26% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 8 de los estudiantes, equivalente al 30% mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 12 estudiantes que equivalen al 44%, comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es la de un cuadripolo eléctrico.

En el grupo de control, 11 de los estudiantes, equivalente al 43% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, de igual forma el 43% de los estudiantes mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras que 4 de los estudiantes, equivalente a un 16%

comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es la de un cuadripolo eléctrico.

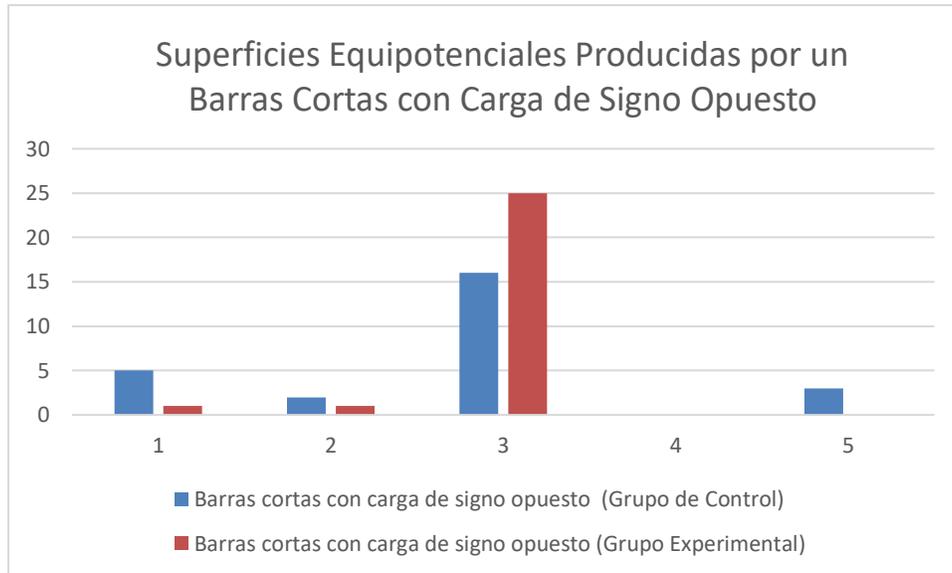


Actividad # 14. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por dos barras cortas, paralelas y con carga de signo opuesto.

En el grupo experimental, 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, y 25 estudiantes que equivalen al 92%, comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es similar a un dipolo eléctrico.

En el grupo de control, 5 de los estudiantes, equivalente al 19% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 5 de los estudiantes, que equivalen el 8% mostraron comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, mientras que 16 de los estudiantes, equivalente a un 62% comprenden que la forma de las superficies equipotenciales es similar a un dipolo eléctrico.

En el grupo de control, 3 de los estudiantes, equivalente al 11% confundió las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico.

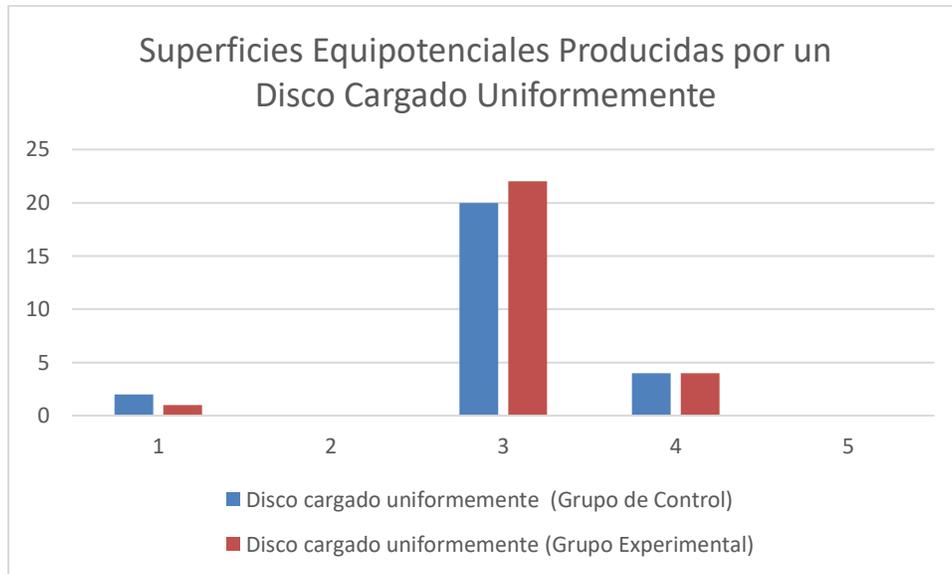


Actividad # 15. Dibuje las superficies equipotenciales producidas por un disco circular cargado uniformemente.

En el grupo experimental, 1 de los estudiantes, equivalente al 4% mostró no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 22 estudiantes que equivalen al 81%, comprenden que la forma de las superficies equipotenciales a gran distancia del disco es similar a un monopolio eléctrico. Por otro lado, 4 de los estudiantes, equivale al 15% no trabajo el problema.

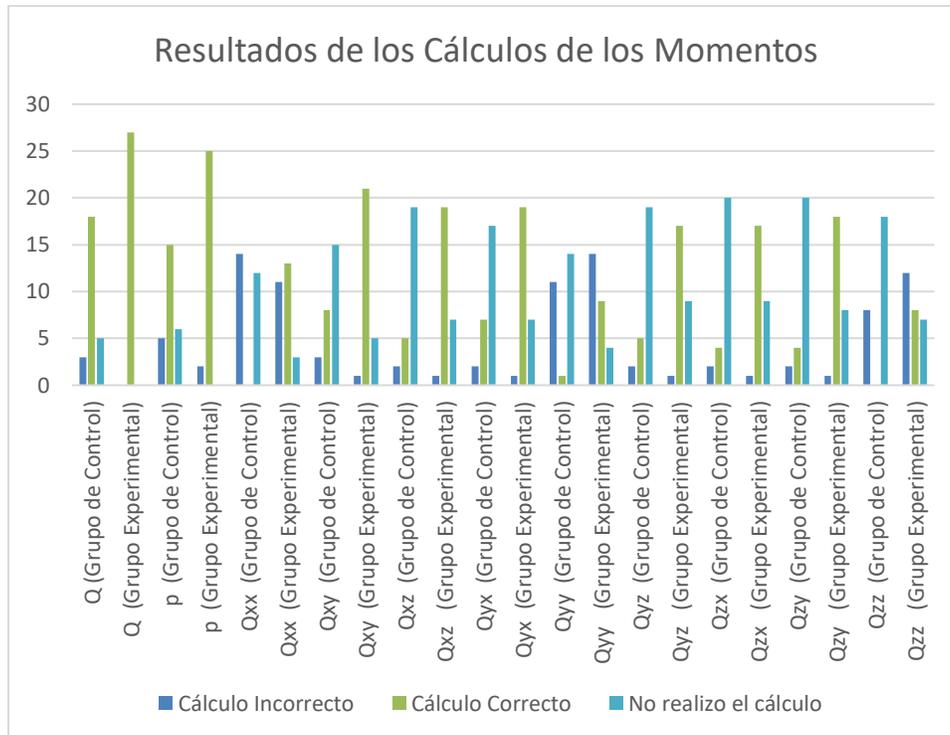
En el grupo de control, 2 de los estudiantes, equivalente al 8% mostraron no comprender la forma básica de las superficies equipotenciales, 20 de los estudiantes, equivalente a un 77% comprenden que la forma de las superficies equipotenciales a gran distancia del disco es similar a un monopolio eléctrico.

En el grupo de control, 4 de los estudiantes, equivalente al 15% confundió las superficies equipotenciales con líneas de campo eléctrico.



Actividad # 16. Determinar el momento monopolar, dipolar y el tensor de momento cuadrupolar de una distribución de cargas puntuales.

En esta actividad se esperaba que el estudiante identificará que la distribución de carga era un cuadrupolo, además de algunos relacionados a la simetría de este, y por lo tanto, esto vendría a facilitar los cálculos, ya que los estudiantes no gozaban con demasiado tiempo para realizar toda la posprueba.



Todos los estudiantes del grupo experimental determinaron en forma correcta el momento monopolar, es decir, se determinó en forma correcta en un 100%. Por otro lado, el 70% de los estudiantes del grupo de control determinaron en forma correcta el momento monopolar, 11% se equivocó en el cálculo y 19% no realizó dicho cálculo.

En el caso del cálculo del momento dipolar, 93% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, y 7% en forma incorrecta. Para el grupo de control, el 58% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 19% se equivocó en el cálculo y 23% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{xx} , 48% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 41% en forma incorrecta y 11% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 0% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 54% se equivocó en el cálculo y 46% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{xy} , 77% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 19% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 31% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 11% se equivocó en el cálculo y 58% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{xz} , 70% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 26% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 19% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 8% se equivocó en el cálculo y 73% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{yx} , 70% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 26% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 27% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 8% se equivocó en el cálculo y 65% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{yy} , 33% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 52% en forma incorrecta y 15% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 4% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 42% se equivocó en el cálculo y 54% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{yz} , 63% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 33% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 19% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 8% se equivocó en el cálculo y 73% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{zx} , 63% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 33% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 15% de los estudiantes

determinaron en forma correcta el momento dipolar, 8% se equivocó en el cálculo y 77% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{ZY} , 66% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 4% en forma incorrecta y 30% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 15% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 8% se equivocó en el cálculo y 77% no realizó dicho cálculo.

Para el elemento del tensor cuadripolar Q_{ZZ} , 30% de los estudiantes del grupo experimental lo determinaron en forma correcta, 44% en forma incorrecta y 26% no realizó dicho cálculo. Para el grupo de control, el 0% de los estudiantes determinaron en forma correcta el momento dipolar, 31% se equivocó en el cálculo y 69% no realizó dicho cálculo.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

Después de realizar esta investigación se han encontrado interesantes conclusiones sobre distintos aspectos planteados en esta propuesta de innovación. Se comenzará con las conclusiones que están directamente relacionadas con las hipótesis nulas.

1. Se rechaza la hipótesis nula H_{01} , ya que se encontró mayor nivel de interés y motivación en el grupo experimental, como consecuencia del uso de herramientas computacionales adecuadas, el conocimiento de aplicaciones reales de un tema y orientadas a los intereses del estudiante, además del empleo de técnicas exitosas en la enseñanza de la física.
2. Se rechaza la hipótesis nula H_{02} , ya que se encontró que un porcentaje significativamente mayor de estudiantes del grupo experimental demostró haber desarrollado capacidad de análisis y síntesis para aproximar un problema real a términos de la expansión multipolar.
3. El tema de mayor interés con respecto al curso de Electricidad y Magnetismo I, ha sido la Ley de Gauss en ambos grupos de estudiantes, lo anterior se debe a que dicha Ley puede ser utilizada para simplificar los cálculos al determinar el campo eléctrico, con la limitante de que deben cumplirse ciertas condiciones de simetría.
4. El empleo de un programa de simulaciones diseñado en forma adecuada con fines didácticos, reduce significativamente el nivel de abstracción de las cantidades físicas que en condiciones normales no son perceptibles a nuestros sentidos. En este caso ha sido el potencial eléctrico, la cantidad que ha sido más sencilla de comprender.

5. El uso de videos sobre solución de problemas, en los cuales se integren animaciones adecuadas, constituye un recurso muy valioso para el estudiante, debido a que abarca como mínimo el aprendizaje auditivo y visual.
6. El uso de una plataforma como Moodle es un medio muy eficaz, tanto para el estudiante como para el profesor, ya que además de brindarle al estudiante el acceso a diferentes recursos subidos por el profesor, permite brindarle una retroalimentación inmediata al estudiante, y facilita al profesor usar la técnica de educación justo a tiempo.
7. Para obtener resultados satisfactorios al enseñar el tema de expansión en multipolos eléctricos a un grupo de estudiantes, en primer lugar es necesario que tengan una idea clara sobre el significado del potencial eléctrico.
8. La asignación constante de tareas al estudiante del grupo experimental se convirtió en un factor clave en los resultados obtenidos, ya que permitió conocer el avance diario de dicho grupo, además de familiarizarlo con el análisis en multipolos eléctricos.
9. Los resultados encontrados en esta investigación muestran evidencias sobre la validez de la propuesta descrita en este documento, por lo cual es conveniente que los profesores nos involucremos regularmente con este tipo de actividades para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Acevedo Díaz, J. A. (2004). El papel de las analogías en la creatividad de los científicos: La teoría del campo electromagnético de Maxwell como caso paradigmático de la historia de las ciencias. *EUREKA*, 188-205.
- [2] Aznar, A., Roca, L., Rius, J., Robert, J., Blanch, S., & Ferrando, M. (2004). *Antenas*. Mexico: Alfaomega.
- [3] Barahona, R. (s. f.). *Rafaelbarahona.wordpress*. Recuperado el 10 de 04 de 2015, de <https://rafaelbarahona.wordpress.com/>
- [4] Bauer, W., & Westfall, G. D. (2011). *Física para ingeniería y ciencias con física moderna*. Mc Graw Hill.
- [5] Cravino, J. P., & Lopes, J. B. (2003). La enseñanza de física general en la Universidad. Propuesta de investigación. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (3), 473 - 482.
- [6] Easy Java Simulations. (s.f.). *Easy Java Simulations*. Recuperado el 17 de 03 de 2016, de <http://fem.um.es/Ejs/>
- [7] Esquembre, F. (Septiembre de 2005). <http://fem.um.es/>. Obtenido de Easy Java Simulations The Manual: http://fem.um.es/Download/Ejs/EjsManual_en_3.4_050914.pdf
- [8] Franco Peña, Á. (Marzo de 2012). Propuestas para el diseño de una unidad didáctica de potencial electrostático. 10 - 13. Medellín, Colombia.
- [9] Furió, C., & Guisasola, J. (1997). Deficiencias Epistemológicas en la Enseñanza Habitual de los Conceptos de Campo y Potencial Eléctrico. *Enseñanza de las Ciencias*, 259-271.
- [10] Furió, C., & Guisasola, J. (1999). Concepciones Alternativas y dificultades de Aprendizaje en Electrostática. Selección de Cuestiones Elaboradas Para su Detección y Tratamiento. *Enseñanza de las Ciencias*, 441-452.
- [11] Garbanzo Vargas, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Revista Educación*, 31(1), 43-63.
- [12] García Revilla, M. A. (s.f.). Recuperado el 16 de Julio de 2012, de depa.fquim.unam.mx/jesusht/PresExpansionMultipolar.pdf

- [13] Gettys, W. E., Keller, F. J., & Skove, M. J. (2005). *Física para ciencias e ingeniería*. Mc Graw Hill.
- [14] Giancoli, D. C. (2009). *Física para ciencias e ingeniería con física moderna* (4ta ed., Vol. II). Pearson.
- [15] Guisasola, J., Zubimendi, J. L., Almudí, J. M., & Ceberio, M. (2007). Propuesta de enseñanza en cursos introductorios de física en la universidad, basada en la investigación didáctica: siete años de experiencia y resultados. *Enseñanza de las ciencias*, 25(1), 91-106.
- [16] Guisasola, J., Zubimendi, J. L., Almudí, J. M., & Ceberio, M. (2008). Dificultades persistentes en el aprendizaje de la electricidad: estrategias de razonamiento de los estudiantes al explicar fenómenos de carga eléctrica. *Enseñanzas de las ciencias*, 26(2), 177-192.
- [17] Halliday, D., Resnick, R., & Krane, K. (1992). *Física* (Vol. II). Mexico: CECSA.
- [18] Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2008). *Metodología de la Investigación* (Cuarta ed.). Mc Graw Hill.
- [19] Iglesia, G. E. (2010). LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS DE CAMPO ELÉCTRICO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS: ASPECTOS DE LA INSTRUCCIÓN EN LA ORGANIZACIÓN DE REPRESENTACIONES. Burgos, España.
- [20] Jackson, J. D. (1980). *Electrodinámica Clásica*. Madrid: Alhambra S. A.
- [21] Knight, R. D. (2004). *Five Easy Lessons. Strategies for Successful Physics Teaching*.
- [22] Kothari, C. R. (2004). *Research Methodology. Methods and techniques*. New Age International.
- [23] Marshall, S. V., DuBroff, R. E., & Skitek, G. G. (1997). *Electromagnetismo Conceptos y Aplicaciones*.
- [24] Mazur, E. (1997). *Peer Instruction: A User's Manual*. Prentice Hall.
- [25] Meltzer, D. E., & Thornton, R. (2012). Resource Letter ALIP-1: Active-Learning-Instruction-in-Physics. *American Journal Physics*, 80(6), 478-496.
- [26] Miller, K., Schell, J., Ho, A., Lukoff, B., & Mazur, E. (2015). Response switching and self-efficacy in Peer Instruction classrooms. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 1 - 8.

- [27] Pérez de Landazábal, M. C., Benegas, J., Cabrera, J. S., & Espejo, R. (2010). Comprensión de conceptos básicos de la física por alumnos que acceden a la universidad en España e Iberoamérica: limitaciones y propuesta de mejora. *Latinoamerica American Journal Physics Education*, 4(3), 655-668.
- [28] Rao, N. (1972). *Microwaves and field series*. (N. Marcuvitz, Ed.)
- [29] Sears, F. W., Freedman, R. A., Young, H. D., & Zemansky, M. W. (2009). *Física Universitaria con Física Moderna* (12 ed., Vol. 2). Mexico: Pearson Educación.
- [30] Serway, R. A., & Beichner, R. J. (2004). *Física para ciencias e ingeniería* (5ta ed., Vol. II). Mc Graw Hill.
- [31] Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2009). *Física para ciencias e ingeniería con física moderna* (7ma. ed., Vol. 2). CENGAGE Learning.
- [32] Velazco, S., & Salinas, J. (2001). Comprensión de los Conceptos de Campo, Energía y Potencial Eléctricos y Magnéticos en Estudiantes Universitarios. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 23, no. 3,.
- [33] Wangsness, R. (1994). *Campos Electromagnéticos*. Limusa.

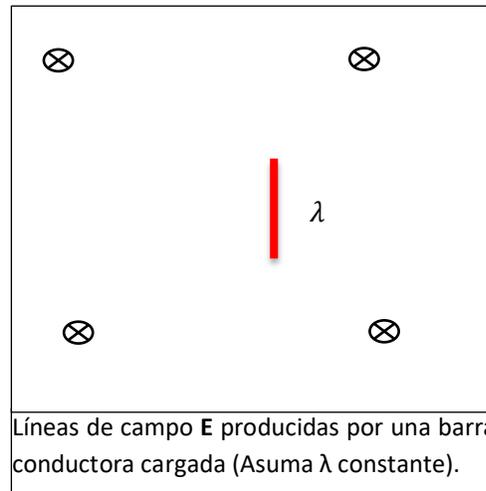
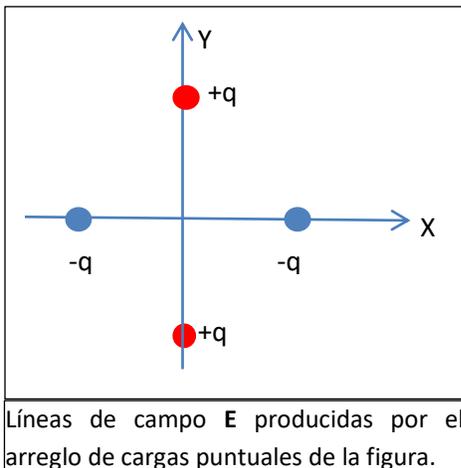
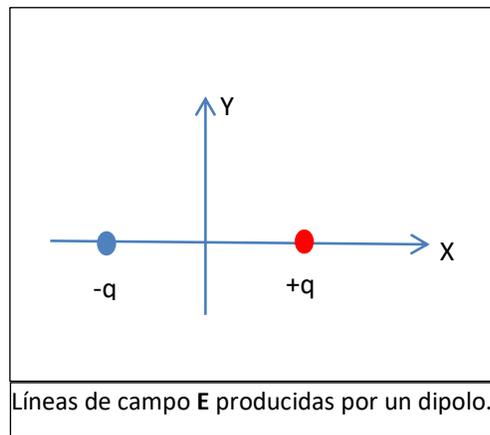
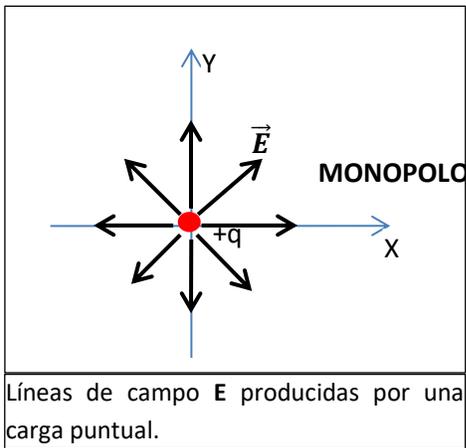
ANEXOS

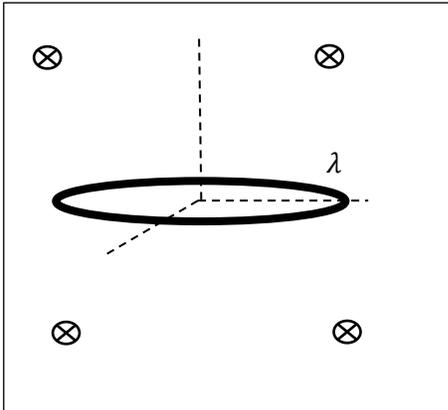
A.1 PREPRUEBA REALIZADA POR LOS ESTUDIANTES

Las siguientes preguntas tienen como finalidad recoger información para aumentar los recursos didácticos en la asignatura de Electricidad y Magnetismo I FS-321, que se imparte en la UNAH, principalmente en los temas relacionados a campo eléctrico y potencial.

Nombre _____ No Cuenta _____
Sección de Teoría _____
Edad _____ Carrera que Estudia _____
Ha repetido este curso _____ Sexo _____

Instrucciones: Dibuje la forma de las líneas de campo eléctrico producidas por las siguientes distribuciones de carga, vistas en dos dimensiones. El primer caso es un ejemplo de lo que se espera que usted realice. En algunas figuras se coloca una X en la región en que se desea dibujar el campo.

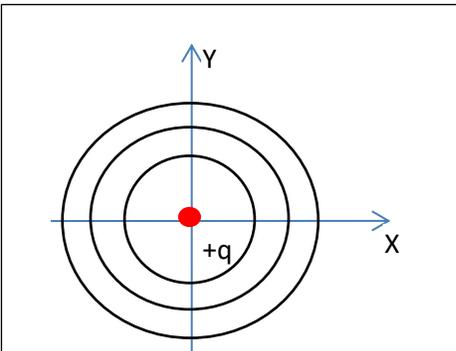




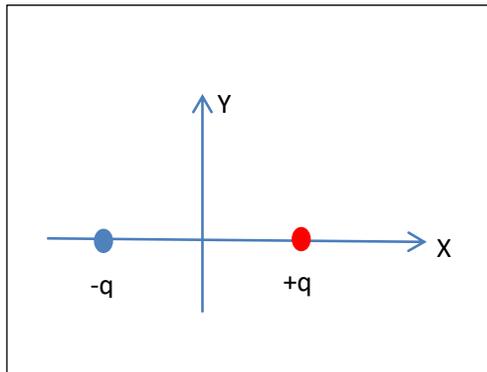
Dibuje las líneas de campo E producidas por un anillo circular cargado uniformemente.

PARTE B

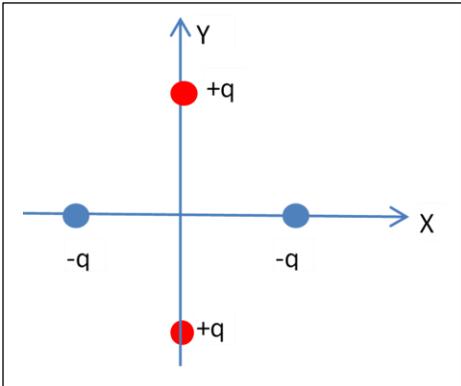
Instrucciones: Dibuje la forma que deben tener las superficies equipotenciales producidas por las siguientes distribuciones de carga, vistas en dos dimensiones. El primer caso es un ejemplo de lo que se espera que usted realice. En algunas figuras se coloca una X en la región en que se desea dibuje las superficies equipotenciales.



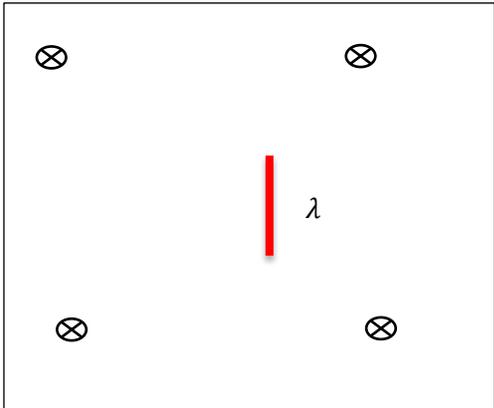
Superficies equipotenciales producidas por una carga puntual.



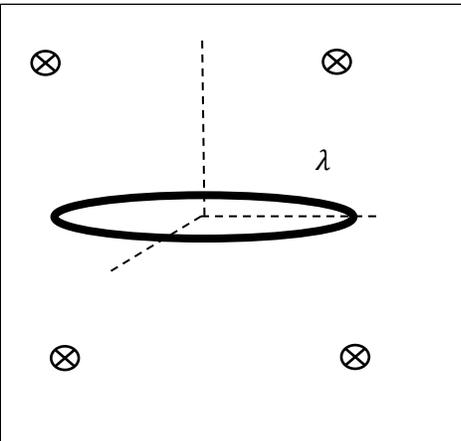
Superficies equipotenciales producidas por un dipolo.



Superficies equipotenciales producidas por un grupo de cargas puntuales.



Superficies equipotenciales producidas por una barra conductora cargada (Asuma λ constante).

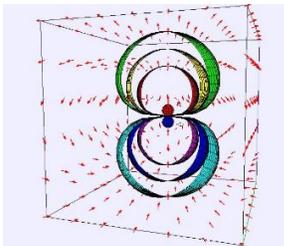


Superficies equipotenciales producidas por un anillo circular cargado uniformemente.

A.2 PREGUNTA REALIZADA EN EL PROGRAMA 10 AL 10 SOBRE MULTIPOLOS ELÉCTRICOS USANDO EL PROGRAMA SOCRATIVE

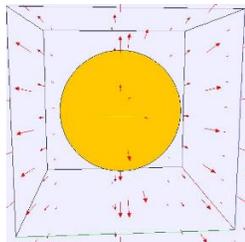
Pregunta sobre multipolos eléctricos.

Suponga que al calcular el potencial eléctrico de una distribución de cargas, encuentra que el potencial de dicho sistema tiene unicamente tres términos distintos de cero, los términos distintos de cero son: el monopolar, el dipolar y el cuadripolar. ¿Cual de las siguientes figuras esta asociada al término de menor orden y distinto de cero?

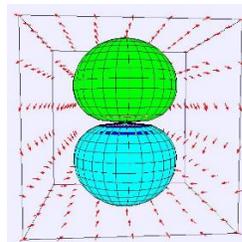


a)

d)



b)



c)

Opciones

1. Figura a)
2. Figura b)
3. Figura c)
4. Figura d)
5. Ninguna

(Correcta)

A.3 ENCUESTA SOBRE PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES CON RESPECTO A LOS TEMAS MÁS INTERESANTES O A LOS TEMAS QUE CONSIDERAN MÁS COMPLICADOS

Las siguientes preguntas tienen como finalidad recoger información para aumentar los recursos principalmente en los temas relacionados a campo eléctrico y potencial.

Nombre _____ No Cuenta _____

Sección de Teoría _____ Carrera que Estudia _____

Instrucciones: A continuación encontrara tres columnas, en la primera se presentan los temas principales del curso, en la segunda columna debe colocar los temas del curso que considera más difíciles y en la tercera los que considera más interesantes.

| No. | Temas del Curso | Temas más Difíciles | Temas más Interesantes |
|-----|-------------------------|---------------------|------------------------|
| 1 | Sistemas de Coordenadas | | |
| 2 | Calculo Vectorial | | |
| 3 | Fuerza Eléctrica | | |
| 4 | Campo Eléctrico | | |
| 5 | Ley de Gauss | | |
| 6 | Potencial Eléctrico | | |
| 7 | Conductores | | |
| 8 | Capacitancia | | |
| 9 | Energía Electroestática | | |
| 10 | Multipolos Eléctricos | | |

| | |
|----|--|
| 11 | Condiciones de Frontera |
| 12 | Electrostática en presencia de materia |

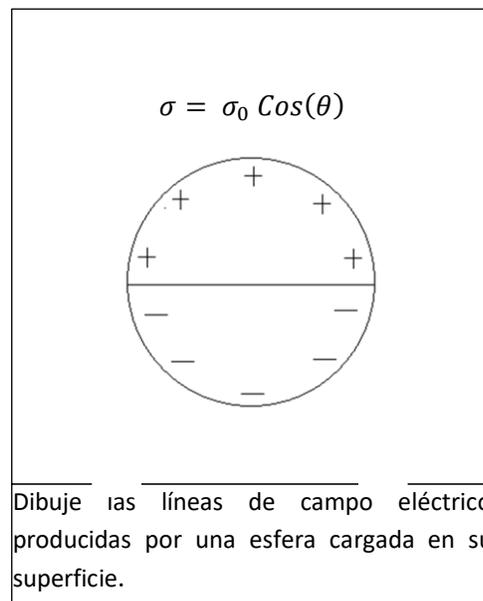
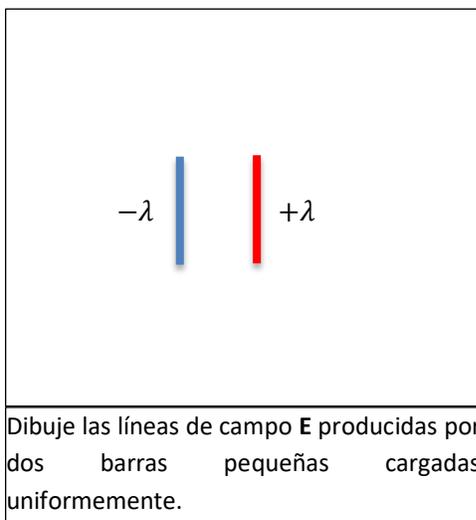
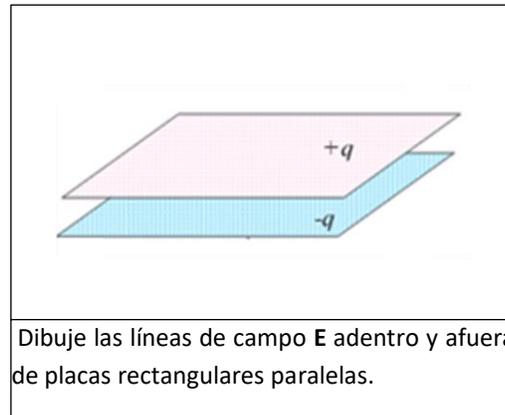
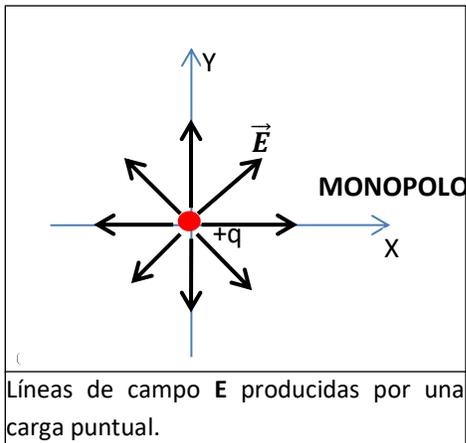
A.4 POSPRUEBA REALIZADA POR LOS ESTUDIANTES

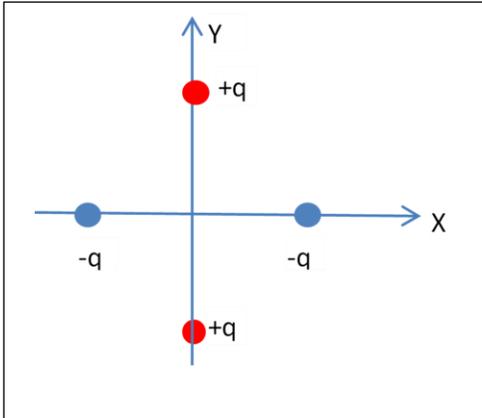
Las siguientes preguntas tienen como finalidad recoger información para aumentar los recursos principalmente en los temas relacionados a campo eléctrico y potencial.

Nombre _____ No Cuenta _____

Sección de Teoría _____ Carrera que Estudia _____

Instrucciones: Dibuje la forma de las líneas de campo eléctrico producidas por las siguientes distribuciones de carga, vistas en dos dimensiones. El primer caso es un ejemplo de lo que se espera que usted realice.

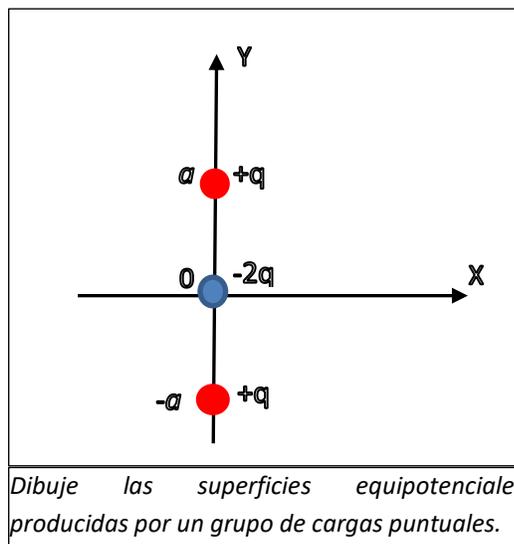
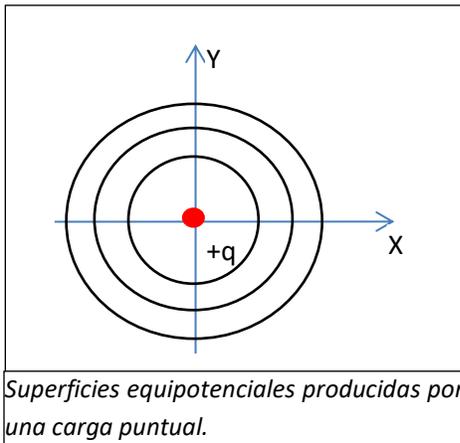


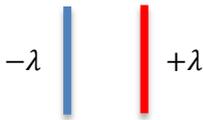


Dibuje las líneas de campo eléctrico producidas por estas cuatro cargas puntuales.

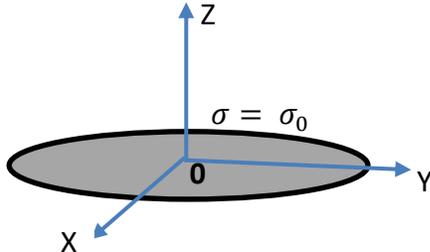
PARTE B

Instrucciones: Dibuje la forma que deben tener las superficies equipotenciales producidas por las siguientes distribuciones de carga, vistas en dos dimensiones. El primer caso es un ejemplo de lo que se espera que usted realice.





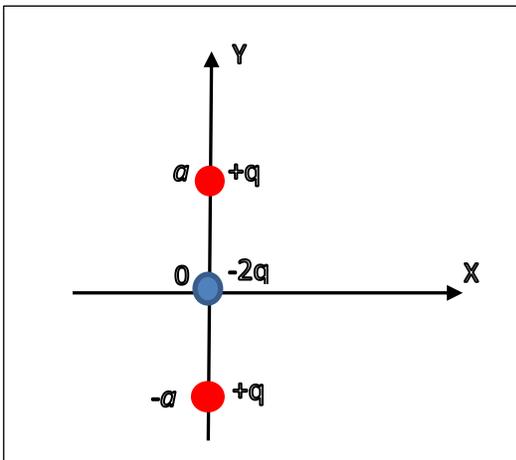
Dibuje las superficies equipotenciales producidas por dos barras pequeñas cargadas uniformemente.



Dibuje las superficies equipotenciales a una gran distancia de un disco cargado uniformemente, de radio a , que descansa sobre el plano xy y centro en el origen.

PARTE C

Instrucciones: Determine el momento monopolar, dipolar y el tensor de momento cuadrupolar de la siguiente distribución de carga.



$$Q = \sum_i q_i$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n q_i \vec{r}_i$$

$$Q_{jk} = \sum_{i=1}^n q_i (3 j_i k_i - r_i^2 \delta_{jk})$$

Muchas gracias por su tiempo!